



П Р І В Е Р Д Ж У Ю

В.о. директора Інституту математики НАН України

О.В. Антонюк

1 квітня

2021 р.

В И С Н О В О К

Інституту математики Національної академії наук України

щодо дисертації Кузнецової Ірини Валеріївни на тему:

“Гомотопічні властивості гладких функцій на поверхнях”, подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії в галузі знань 11 “Математика та статистика” за спеціальністю 111 “Математика”

Витяг

із протоколу № 2 засідання семінару відділу алгебри і топології Інституту математики НАН України від 1 квітня 2021 року

ПРИСУТНІ:

Завідувач відділу алгебри і топології член-кореспондент НАН України, професор, доктор фіз.-мат. наук Дрозд Ю. А.; завідувач лабораторії топології, член-кореспондент НАН України, старший науковий співробітник, доктор фіз.-мат. наук Максименко С. І.; провідні наукові співробітники, доктори фіз.-мат. наук Любашенко В. В., Бондаренко В. М. та Сисак Я. П.; старший науковий співробітник, доктор фіз.-мат. наук Полулях Є. О.; старші наукові співробітники, кандидати фіз.-мат. наук Раєвська І. Ю., Раєвська М. Ю., Власенко І. Ю.; науковий співробітник, кандидат фіз.-мат. наук Ефтехарінасаб К. А.; молодші наукові співробітники, кандидати фіз.-мат. наук Плакош А. І., Сорока Ю. Ю., Фещенко Б. Г. (всього 13 присутніх).

СЛУХАЛИ:

Доповідь молодшого наукового співробітника Інституту математики НАН України Ірини Валеріївни Кузнецової за матеріалами дисертаційної роботи „Гомотопічні властивості гладких функцій на поверхнях“, поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 „Математика.“

В доповіді доповідачка обґрунтувала актуальність обраної теми, визначила мету, завдання, методологію та методику, охарактеризувала об'єкт та предмет дослідження, виклала основні положення та висновки, вказала науково-практичну значущість роботи.

В обговоренні взяли участь:

А. Ю. Дрозд, С. І. Максименко, В. В. Любашенко, Є. О. Полулях, К. А. Ефтехарінасаб.

На всі поставлені питання доповідачка дала ґрунтовні відповіді. Виступаючі відмітили актуальність теми, новизну та значну наукову цінність отриманих у дисертації результатів і зазначили, що робота відповідає всім вимогам, які висуваються до дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

Тему дисертації і наукового керівника завідувача лабораторії топології, члена-кореспондента НАН України, старшого наукового співробітника, доктора фіз.-мат. наук Максименка Сергія Івановича затверджено на засіданні Ученої ради Інституту математики НАН України (протокол No 16 від 20 грудня 2016 року).

Визначення напрямку дослідження, а також постановка задач належить науковому керівникові – завідувачу лабораторії топології, члену-кореспонденту НАН України, старшому науковому співробітнику, доктору фіз.-мат. наук Максименку Сергію Івановичу. Основні результати, що виносяться на захист, авторка отримала самостійно. Зі статей, опублікованих у співавторстві, до дисертації додані лише ті результати, які належать авторці.

Дисертацію виконано у відділі алгебри і топології Інституту математики НАН України у рамках державної науково-дослідної теми “Алгебраїчні та топологічні інваріанти гладких відображень” (номер держреєстрації 0116U000069).

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації на тему «Гомотопічні властивості гладких функцій на поверхнях»

Дисертація присвячена дослідженню гомотопічних властивостей гладких функцій на поверхнях. А саме, розглядаються відображення з класу $\mathcal{F}(M, P)$, який складається з гладких відображень з поверхні M у одновимірний многовид P , які приймають постійні значення на кожній зв'язній компоненті межі поверхні, критичні точки яких належать до внутрішності поверхні та такі, що в околі кожної критичної точки вони є гладко еквівалентними деяким однорідним многочленам без кратних множників.

У роботі отримано такі основні результати:

- показано, що для кожного відображення з класу $\mathcal{F}(B, P)$ гладких відображень на стрічці Мебіуса B , існує єдиний критичний рівень, який розбиває B в об'єднання циліндра і 2-дисків (такий рівень названо спеціальним).

- для всіх відображень з $\mathcal{F}(B, P)$ обчислено фундаментальні групи їх орбіт за умови тривіальності дій стабілізаторів цих відображень на компонентах зв'язності доповнення до відповідних спеціальних критичних рівнів;
- доведено, що для довільного відображення з класу $\mathcal{F}(M, P)$ на зв'язній орієнтовній компактній поверхні M і для довільного дифеоморфізма, який залишає інваріантною кожен регулярну компоненту множини рівня цього відображення та змінює її орієнтацію, квадрат цього дифеоморфізма ізотопний тотожному відображенню зі збереженням відображення (це твердження є гомотопічним та пошаровим аналогом властивості «жорсткості» для змінюючих орієнтацію лінійних рухів площини, яка стверджує, що кожен такий рух має порядок 2);
- розглянуто клас ізоморфізму груп \mathcal{T} , що породжується прямими добутками та певними типами вінець добутків, який містить фундаментальні групи орбіт всіх функцій з класу $\mathcal{F}(M, \mathbb{R})$ на орієнтовних поверхнях крім 2-сфери. Для нього доведені такі результати:
 - отримано теореми реалізації для груп із класу \mathcal{T} як фундаментальних груп орбіт функцій з класу $\mathcal{F}(M, P)$ на поверхнях відмінних від 2-сфери і 2-тора, зокрема за певних обмежень на поведінку функцій на межі;
 - також отримано теореми реалізації для груп із класу \mathcal{T} як фундаментальних груп орбіт функцій з класу $\mathcal{F}(T^2, \mathbb{R})$ на 2-торі T^2 ;
 - обчислено центр $Z(G)$ і фактор-групу по комутанту $G/[G, G]$ для кожної групи G з класу \mathcal{T} і показали, що вони є вільними абелевими групами однакового рангу β_1 . Зокрема, якщо G – фундаментальна група орбіти деякої функції $f \in \mathcal{F}(M, \mathbb{R})$, то β_1 є першим числом Бетті цієї орбіти, тобто рангом першої групи гомологій.

Результати дисертації носять теоретичний характер. Отримані в ній результати можуть бути використані в дослідженнях з топології, алгебри, математичної фізики, теорії симетрій диференціальних рівнянь в частинних похідних, теорії динамічних систем, теорії особливостей гладких відображень та інших галузей знань, методи яких базуються на топологічних властивостях гладких функцій.

Ці результати опубліковані в 7 наукових публікаціях, три із них є статтями у наукових виданнях, внесених до переліку фахових видань із фізико-математичних наук, а саме:

1. Iryna Kuznietsova, Sergiy Maksymenko. Homotopy properties of smooth functions on the Moebius band, Proceedings of the International Geometry Center Vol. 12, no. 3 (2019) pp. 1–29. (SCOPUS)

2. Iryna Kuznietsova, Sergiy Maksymenko. Reversing orientation homeomorphisms of surfaces, Proceedings of the International Geometry Center Vol. 13, no. 4 (2020) pp. 179–209. (SCOPUS)
3. І. В. Кузнецова, Ю. Ю. Сорока. Перші числа Бетті орбіт функцій Морса на поверхнях, Укр. мат. журн., 2021, т. 73, № 2, С. 179-200. (SCOPUS Q2, Web of Science)

Результати дисертації доповідались на 4-х міжнародних конференціях.

1. The International Conference in Functional Analysis dedicated to the 125th anniversary of Stefan Banach, Lviv, Ukraine, 18-23 September 2017, p.64-65.
2. «Міжнародна конференція молодих вчених», м. Київ, Інститут математики НАН України, 6-8 червня 2019 р., с.83
3. International conference «Morse theory and its applications» dedicated to the memory and 70th anniversary of Volodymyr Sharko, м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова, 25-28 вересня 2019 р., с. 32-33.
4. International conference «Algebraic and geometric methods of analysis», м. Одеса, онлайн конференція, 26-30 травня 2020 р., р.41.

Рецензенти рекомендують прийняти дисертацію Кузнецової Ірини Валеріївни на тему «Гомотопічні властивості гладких функцій на поверхнях» до захисту.

У результаті попередньої експертизи дисертації Кузнецової І. В. і повноти публікацій основних результатів дослідження

УХВАЛИЛИ:

1. Затвердити висновок про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації Кузнецової Ірини Валеріївни на тему: «Гомотопічні властивості гладких функцій на поверхнях»
2. Дисертаційна робота за обсягом та якістю проведених досліджень і публікацій задовольняє усі вимоги Постанови Кабінету Міністрів України No 167 від 6 березня 2019 р. «Про проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії» (із змінами, внесеними згідно з Постановою КМ No 979 від 21.10.2020).
3. Рекомендувати дисертаційну роботу Кузнецової І. В. на тему: «Гомотопічні властивості гладких функцій на поверхнях» до захисту на здобуття наукового ступеня доктора філософії та утворити спеціалізовану вчену раду з правом прийняття до розгляду та проведення разового захисту на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика» у складі:

Голова ради:

1. Дрозд Юрій Анатолійович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу алгебри і топології Інституту математики НАН України.

Рецензенти:

2. Любашенко Володимир Васильович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник лабораторії топології у складі відділу алгебри і топології Інституту математики НАН України.

3. Ефтехарінасаб Кавех Ахмадалі, кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник Інституту математики НАН України.

Опоненти:

4. Пришляк Олександр Олегович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри геометрії, топології та динамічних систем механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

5. Банах Тарас Онуфрійович, доктор фізико-математичних наук, професор Львівського національного університету імені Івана Франка.

Головуючий на засіданні:

Завідувач відділу алгебри і топології,
член-кореспондент НАН України,
доктор фіз.-мат. наук, професор



Ю. А. Дрозд

Секретар:

молодший науковий співробітник лабораторії
топології у складі відділу алгебри і топології,
кандидат фіз.-мат. наук



Б. Г. Фещенко

Рецензенти:

провідний науковий співробітник лабораторії
топології у складі відділу алгебри і топології,
доктор фіз.-мат. наук



В. В. Любашенко

науковий співробітник лабораторії топології
у складі відділу алгебри і топології,
кандидат фіз.-мат. наук



К. А. Ефтехарінасаб