

Відгук
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Ратушняк Софії Петрівни
«Фрактальні функції і розподіли їх значень»,
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 111 – Математика

Дисертація Ратушняк С.П. присвячена Q_2 та Q_2^* -зображенням чисел. Для функцій та випадкових величин, отриманих з допомогою таких зображень, досліджено їх фрактальні, тополого-метричні та ймовірнісні властивості.

Актуальність дослідження. Основний об'єкт дослідження в даній роботі – функції з локально складною структурою. Серед них – сингулярні, ніде не монотонні та ніде не диференційовні функції. Конструктивне визначення таких функцій – непроста задача, і розглянути в дисертаційній роботі Q_2 та Q_2^* -зображення чисел є добре відомим потужним засобом для її розв'язання. Розглянуто деякі спеціальні застосування таких зображень, і в цих випадках докладно проаналізовано властивості отриманих функцій.

Також розглянуто деякі випадкові величини, отримані з допомогою Q_2 та Q_2^* -зображень, вивчено особливості їх розподілів.

Інтерес до локально складних неперервних функцій має довгу історію, пов'язану з іменами видатних науковців: К. Вейерштрасс, Г. Мінковський, Е. Гелінгер, Г. Кантор, В. Серпінський, Р. Салем, С. Банах, С. Мазуркевич та ін. Сьогодні такі функції — це об'єкт підвищеної наукової уваги, віднедавна вони все частіше з'являються в моделях реальних процесів і явищ. Останнім часом з'явились нові потужні засоби для їхнього теоретичного аналізу. Це різні системи кодування дійсних чисел, зокрема такі, що ґрунтуються на використанні стохастичних та двічі стохастичних матриць, а також теорія фракталів (фрактальна геометрія і фрактальний аналіз).

Дана робота є продовженням досліджень Q_2 та Q_2^* -зображень, властивостей отримуваних складних функцій, що проводили Турбін А.Ф., Працьовитий М.В., Торбін Г.М., Баравовський О.М., Василенко Н.А., Маркітан В.П., та ін.

Отримувані в цьому напрямку результати можуть слугувати базою для побудови алгоритмів комп'ютерного моделювання функцій та випадкових величин з потрібними властивостями.

Тому дисертаційне дослідження Ратушняк С.П., яке є продовженням вказаних досліджень, є актуальним.

Аналіз структури та змісту роботи по розділах. Робота складається з анотацій українською та англійською мовами, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів основної частини, висновків до розділів та загальних висновків, списку джерел та одного додатку, який містить список публікацій автора.

У вступі наведено основну характеристику роботи, обґрунтовано актуальність дослідження.

Перший розділ «*Огляд літератури і концептуальні основи дослідження*» має характер вступного. В ньому наводяться основні означення та твердження, використані в дослідженні, наведено огляд літератури.

У розділі 2 «*Клас неперервних ніде не монотонних функцій, означених в термінах Q_2^* -зображення чисел*» конструктивно задано клас неперервних ніде не монотонних функцій. Показано, що ці функції мають щільну множину локальних екстремумів. Вивчено деякі властивості цих функцій та їх множин рівнів.

У розділі 3 «*Клас функцій, визначених ланцюгом перетворювачів цифр*» досліджено функції, аргумент і значення яких подаються у формі Q_2 та Q_2^* -зображень, а залежність цифр визначається послідовністю функцій на ланцюгу скріплених пар послідовних цифр зображення аргументу.

У розділі 4 «*Розподіли Q_2 -цифр випадкової величини з відомим розподілом*» вивчається незалежність цифр, отриманих в зображеннях значень цієї випадкової величини.

Наукова новизна результатів, їх теоретичне та практичне значення.

В роботі докладно досліджено два конструктивно заданих класи функцій з «нескріпленими» та «скріпленими» парами цифр зображення аргументу.

— для функцій першого класу вивчено диференціальні властивості, зокрема отримано умови ніде не недиференційованості, встановлено необмеженість варіації, вивчено топологічно-метричні властивості множин рівнів, описано структурні та інтегральні властивості функцій.

— для функцій другого класу знайдено підклас функцій, що є неперервними, доведено, що сім'я сталих функцій є континуальною. Для інверсора Q_2 -зображення вивчено диференціальні властивості, в певних випадках описано самоафінні властивості графіка та інтегральні властивості.

Також розв'язано кілька задач ймовірнісного змісту:

— встановлено лебегівську структуру розподілу значень функцій другого класу при рівномірному розподілі аргументу;

— отримано відповідь на питання про незалежність цифр Q_2 -зображення випадкової величини з заданим експоненційним розподілом на одиничному відрізку;

— доведено, що розподіл випадкової величини з незалежними цифрами Q_2 -зображення, похідна функції розподілу якого додатна, є або рівномірним або експоненційним в залежності від параметрів зображення.

Одержані автором результати є новими і важливими, вони роблять суттєвий внесок у фрактальний аналіз функцій і розподілів.

Ступінь обґрунтованості результатів дисертації. Усі результати дисертаційного дослідження приведені з повним і строгим обґрунтуванням.

Публікації та апробація результатів дослідження. Результати дисертації достатньо повно висвітлені у 6 наукових статтях, з яких 5 - у фахових виданнях, 2 – у виданнях з бази Scopus. Також повідомлення про результати містяться у 14 тезах доповідей на конференціях. Вони пройшли відповідну апробацію на наукових семінарах і конференціях. Анотація достатньо повно і правильно відображає основний зміст дисертації.

Зауваження. Стосовно роботи в цілому хотілося б висловити наступні зауваження.

— На стор. 49, при проведенні міркувань за індукцією, є певна плутанина в індексах при V. Очевидно, замість V_2 і V_4 у виносних формулах, мають бути V_4 і V_8 відповідно.

— На стор. 60 в двох останніх рядках (в альтернативному обґрунтуванні) використовується деякий специфічний запис диференціала, для якого не визначено його зміст в строгому сенсі. Можна було і не наводити цього другого обґрунтування.

— На стор. 68 в пункті 2.7 наведено узагальнення f функції r , перераховано її властивості, але доведено лише коректність визначення f . Напевно, варто було б певним чином обґрунтувати наведені властивості (очевидно, це проводиться аналогічно функції r).

— На стор. 120, в доведенні леми 4.1, варто було б уточнити, що відрізок $[0,1]$ є і ймовірнісним простором (з ймовірністю – мірою Лебега), і множиною значень випадкової величини ξ . (В дисертації просто вказано, що ξ – випадкова величина на $[0,1]$.)

— На стор. 121, в формулюванні наслідку 4.1 вказано, що цифри є незалежними і рівномовірними. Тут поєднані властивості випадкових величин і значень випадкових величин. На мою думку, краще було б просто вказати, що ймовірності для 0 та 1 дорівнюють по $1/2$ дляожної цифри.

— На стор. 122 на початку пункту 4.1.3 для одного параметру експоненційного розподілу вживаються різні позначення λ і c .

— Робота містить деякі несуттєві описки, зокрема, наприкінці формулювання теореми 1.8, в записі \lim посередині стор. 47, в першому рядку пункту 3.1, в формулюванні теореми 3.5.

Вказані недоліки роботи відносяться лише до пояснення отриманих результатів, не ставлять під сумнів правильність і повноту доведень наведених тверджень, не знижують загальну позитивну оцінку роботи.

Загальні висновки. Підсумовуючи висловлене вище, можна зробити висновок про те, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною і науковою цінністю отриманих результатів дисертаційна робота Ратушняк Софії Петрівни «Фрактальні функції і розподіли їх значень» задовольняє усі вимоги Постанови Кабінету Міністрів України № 167 від 6 березня 2019 р. «Про проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії» (із змінами, внесеними згідно з Постановою КМ № 979 від 21 жовтня 2020 р.), а її авторка, Ратушняк Софії Петрівна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 – Математика.

Професор кафедри математичного аналізу
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
доктор фізико-математичних наук, професор

В.М. Радченко



Hagins mob 07.05.2021 p.