

ВІДГУК

офіційного опонента доктора фізико-математичних наук, професора Станжицького Олександра Миколайовича на дисертаційну роботу Мисло Юлії Михайлівни «Асимптотично майже періодичні розв'язки рівнянь із запізненням та імпульсною дією», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, 111 – математика

Актуальність теми дослідження. Дисертаційна робота Мисло Ю.М. присвячена вивченню майже періодичних систем диференціальних рівнянь із запізненням і імпульсною дією, зокрема систем рівнянь, які моделюють еволюцію біологічних видів при короткотривалих зовнішніх впливах. Вивчення майже періодичних розв'язків є важливою частиною теорії імпульсних систем, яка активно розвивається останні десятиліття, зокрема у роботах представників Київської школи нелінійної механіки. Це пов'язано із численними застосуваннями у різних областях математики, теорії керування, математиці біології при дослідженні коливних процесів у системах із короткотривалими збуреннями. Майже періодичні імпульсні системи мають глибокі зв'язки з розривними динамічними системами, майже періодичними мірами, рівняннями на числових шкалах. Оскільки розв'язками систем рівнянь з імпульсною дією є кусково-неперервні функції, логічно розглядати майже періодичні функції у просторі кусково неперервних функцій із розривами у моментах імпульсної дії системи. У системах із нефіксованими моментами імпульсів, зокрема при означенні стійкості розв'язків, потрібно враховувати відмінність моментів розривів для різних розв'язків і можливість так званого "биття", коли розв'язок перетинає одну і ту ж поверхню імпульсної дії кілька разів. У дисертації Мисло Ю.М. для дослідження майже періодичних імпульсних систем із запізненням вдало поєднано використання понять кусково-неперервних асимптотично майже періодичних функцій та перманентності системи. Асимптотично майже періодичні функції, введені Фреше у 1941 році, ефективно використовувалися багатьма авторами в ергодичній теорії і при дослідженні різних класів диференціальних рівнянь. У дисертації поняття асимптотичної майже періодичності поширено на кусково-неперервні функції і використано при дослідженні систем із імпульсами. Перманентність системи є важливою характеристикою асимптотичної поведінки розв'язків системи, коли всі додатнозначні розв'язки

рівномірно обмежені і рівномірно відділені від нуля на нескінченності. У математичній біології перманентність характеризує довготривале співіснування співтовариства біологічних видів.

Зміст дисертації. У дисертації вивчено наступні основні питання:

1. Введено означення кусково-неперервних асимптотично майже періодичних функцій на півосі і встановлено їх властивості, використовуючи w -збіжність у просторі кусково-неперервних функцій. Доведено, що якщо система диференціальних рівнянь із запізненням і імпульсною дією у фіксовані моменти часу має кусково-неперервний асимптотично майже періодичний розв'язок, то вона також має і кусково-неперервний майже періодичний розв'язок. Основним результатом першого розділу дисертації є встановлення того факту, що у імпульсній системі обмежений на додатній півосі рівномірно асимптотично стійкий розв'язок є також асимптотично майже періодичним, а система також має і кусково-неперервний майже періодичний розв'язок. Використовуючи отримані результати, встановлено достатні умови існування і стійкості додатних майже періодичних розв'язків моделі біологічної популяції з імпульсною дією та віковою структурою, яка проходить дві стадії — незрілу і зрілу. Також досліджено існування і асимптотичну стійкість додатних кусково-неперервних майже періодичних розв'язків рівняння типу Маккі – Гласса з майже періодичними коефіцієнтами та імпульсною дією.

2. Отримано умови існування і стійкості кусково-неперервних асимптотично майже періодичних і майже періодичних розв'язків систем із запізненням та нефіксованими моментами імпульсної дії. Використовується означення кусково-неперервних асимптотично майже періодичних функцій використовуючи w -збіжність у просторі кусковонеперервних функцій. Як і для систем із фіксованими моментами імпульсів, у випадку систем з нефіксованими моментами імпульсної дії доводиться теорема про асимптотичну майже періодичність обмеженого на півосі рівномірно асимптотично стійкого розв'язку. Показано, що з цього впливає існування у системи кусково-неперервного майже періодичного розв'язку. Як застосування отриманих результатів отримано умови існування і асимптотичної стійкості додатних кусково-неперервних майже періодичних розв'язків логістичного рівняння із запізненням та нефіксованими моментами імпульсної дії.

3. Окремо у дисертації вивчаються дві моделі з математичної біології - періодична система диференціальних рівнянь із імпульсною дією й функцією впливу у вигляді Беддінгтона – Деанжеліса, яка описує еволюцію біологічної системи хижак-жертва із віковою структурою жертви, та періодична система рівнянь із запізненням та імпульсною дією, яка моделює динаміку двох конкуруючих видів із віковою структурою. Основна увага приділена дослідженню перманентності цих систем. Для першої системи доведена теорема про необхідні і достатні умови перманентності при умові існування стійкого періодичного розв'язку у підсистемі, яка описує поведінку жертв при відсутності хижаків. Для другої системи також приведені умови існування додатних асимптотично стійких періодичних розв'язків. Особливу увагу, на мою думку, заслуговують такі результати: - знайдено умови існування кусково-неперервних асимптотично майже періодичних і майже періодичних розв'язків систем із запізненням та імпульсним впливом як у фіксовані так і нефіксовані моменти, - для ряду моделей математичної біології, які описуються системами диференціальних рівнянь із запізненням і імпульсною дією, отримано умови перманентності і умови існування додатних кусково-неперервних майже періодичних або періодичних розв'язків.

Зауваження та побажання.

1. Логічно ввести означення кусково-неперервних асимптотично майже періодичних функцій у термінах w -збіжності у просторі кусково-неперервних функцій. Це означення можна застосувати як для систем з фіксованими моментами імпульсів так і для систем з нефіксованими моментами імпульсів. Означення ж асимптотично майже періодичної функції як суми майже періодичної функції і функції, яка прямує до нуля на плюс нескінченності, варто сформулювати як теорему для функцій з послідовністю точок розривів, яка має рівномірно майже періодичні послідовності різниць.

2. Доцільно було б більш детально провести доведення Твердження 1.9 і теореми 1.11 та посилання на інші роботи "аналогіно до" доповнити конкретними викладками. Це стосується формул $\xi(t) - p^*(t) \rightarrow 0$ на сторінках 33 і 37.

3. Твердження 1.9 у дисертації приведені у авторефераті як Теорема 1.9, що дещо порушує відповідність дисертації і автореферата.

4. На стор 40 стверджується, що асимптотична стійкість рівнянь (1.19) і (1.20) впливає із монографії [8], але не вказано конкретних сторінок чи твердження у монографії. Потрібно пояснити, з якого твердження монографії і чому впливає така стійкість.


Проте вказані зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Висновки. Дисертаційне дослідження Мисло Ю.М. складає враження завершеної наукової роботи із теорії диференціальних рівнянь. Усі основні результати дисертації є новими. Їхня достовірність ґрунтується на строгих і загалом детальних математичних доведеннях. Результати дисертації опубліковано в 6 наукових працях, серед яких 5 статей у журналах, що входять до міжнародних наукометричних баз даних, та 8 тез доповідей. Дисертаційну роботу написано грамотною мовою, а оформлення рукопису відповідає чинним вимогам. Предмет, мета й завдання дослідження логічно пов'язані між собою. Автореферат в цілому відповідає змісту дисертації й відображає її основні положення.

Вважаю, що дисертаційна робота Мисло Юлії Михайлівни «Асимптотично майже періодичні розв'язки рівнянь із запізненням та імпульсною дією» за актуальністю й одержаними науковими результатами відповідає сучасному рівню розвитку математики та задовольняє всі вимоги до кандидатських дисертацій із математики, зокрема, пп. 9, 11–14 чинного «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з постановами Кабінету міністрів № 656 від 19 серпня 2015 року, № 1159 від 30 грудня 2015 року, № 567 від 27 липня 2016 року, № 943 від 20 листопада 2019 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор, Мисло Юлія Михайлівна, заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівня

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри загальної математики Київського національного університету ім. Т. Шевченка


dd. 04.



Станжицький О. М.

