

**Відгук**  
офіційного опонента на дисертацію  
Гунько Марини Сергіївни  
“Задачі оптимального відновлення полілінійних  
функціоналів і операторів за лінійною інформацією”

подану на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01. — математичний аналіз

**1. Актуальність теми дослідження.** Дослідженню екстремальних задач присвячено велику кількість робіт. Зокрема, в працях С.Б. Стечкіна, М.П. Корнейчука, Ю.М. Суботіна, В.В. Арестова, А. І Гребеннікова і В.О. Морозова та інших математиків екстремальні задачі розглядалися як задачі оптимального відновлення лінійних функціоналів і операторів.

В той же час задачі оптимального відновлення білінійних функціоналів і операторів були вивчені недостатньо. Систематичне дослідження таких задач почав В.Ф. Бабенко в 1979 році, який вказав на зв'язок між задачами обчислення поперечників за Колмогоровим, лінійних поперечників та оптимального відновлення білінійних функціоналів, операторів і згортки двох функцій. Роботу в цьому напрямку в подальшому В.Ф. Бабенко продовжив разом з О.О. Руденком.

До теперішнього часу не було відомо результатів про оптимальне відновлення  $n$ -лінійних функціоналів і операторів у випадку  $n > 2$ . Одержання таких результатів є цікавим з точки зору застосувань, наприклад, при відновленні зображень при різних типах пошкоджень. З огляду на зазначене, тема дисертації М.С. Гунько є *актуальною*.

**2. Стислий опис отриманих в дисертації результатів.** Робота М. С. Гунько присвячена розв'язанню задач оптимального відновлення функціоналів та



Підпис Чайченка С. О. засвідчую  
Начальник відділу кадрів

 С. С. Сілін



згорток. Розв'язано ряд задач щодо відновлення білінійних функціоналів,  $n$ -лінійних функціоналів та згорток  $n$  функцій за точною інформацією та інформацією, заданою з похибкою.

**3. Зміст, наукова новизна результатів, ступінь їх обґрунтованості та достовірності.** Дисертаційна робота складається з анотацій українською та англійською мовами, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, який містить 110 найменувань. Обсяг дисертації становить 137 сторінок.

У вступі обґрунтована актуальність теми дисертації, визначено мету і задачі дослідження, об'єкт та предмет дослідження, вказано методи досліджень, описано наукову новизну отриманих результатів, їх практичне значення, подано інформацію про апробацію результатів дисертації та повноту їх викладення в опублікованих працях, вказується особистий внесок здобувача, описано структуру та зміст роботи.

Перший розділ дисертації присвячено постановкам основних задач дослідження та огляду відомих результатів.

Другий розділ дисертації присвячено висвітленню результатів стосовно відновлення білінійних,  $n$ -лінійних функціоналів за лінійною інформацією в лінійних нормованих та в конкретних функціональних просторах, а також знаходженню оптимальної лінійної інформації і найкращого методу її використання для відновлення білінійних,  $n$ -лінійних функціоналів та обчисленню похибки наближення на різних множинах.

В кожному з двох підрозділів для конкретних класів елементів знайдена оптимальна лінійна інформація та оптимальний метод відновлення (теореми 2.1.1 і 2.2.1), а також обчислено оптимальну похибку відновлення (теореми 2.1.3 і 2.1.4).

В якості оптимальної інформації виступають перші  $n$  коефіцієнтів Фур'є за певною ортонормованою системою.

У третьому розділі дисертації наведено результати щодо відновлення опе-



Підпис Чайченка С. О. засвідчую  
Начальник відділу кадрів Е. С. Сілін

раторів типу згортки за лінійною інформацією в лінійних нормованих та в конкретних функціональних просторах, а також знаходження оптимальної лінійної інформації і найкращого методу її використання для відновлення операторів типу згортки. Обчислено точне значення похибки на різних множинах.

В розділі 3 розв'язано задачу відновлення згортки  $n$  функцій виду

$$\begin{aligned} (x_1 * x_2 * \dots * x_n)(\tau) &= (x_1 * (x_2 * \dots * x_n))(\tau) = \\ &= \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} x_1(\tau - t_1 - \dots - t_{n-1}) x_2(t_1) \dots x_n(t_{n-1}) dt_1 dt_2 \dots dt_{n-1} \end{aligned}$$

на опуклих центрально-симетричних множинах  $2\pi$ -періодичних функцій вигляду  $x = a\mu + K * \psi$ , де  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\psi \in F_p$ ,  $\psi \perp \mu$ , де  $\mu = 1$ , якщо  $\int_0^{2\pi} K(t) dt = 0$  і  $\mu = 0$ , якщо  $\int_0^{2\pi} K(t) dt \neq 0$ .

Доведено, що для ядер  $K \in L_1$ , які не збільшують осциляцію, коефіцієнти Фур'є функцій аргументів згортки є оптимальною лінійною інформацією як для  $\mu = 0$  так і для  $\mu = 1$ . (теорема 3.2.1) В обох випадках знайдено оптимальний метод відновлення згортки та обчислено оптимальну похибку відновлення.

Похибка відновлення має вид

$$\begin{aligned} R_{n(2s-1)}(K_1 * F_1, \dots, K_n * F_1; L_1) &= R_{2s-1, \dots, 2s-1}(K_1 * F_1, \dots, K_n * F_1; L_1) = \\ &= d_{2s-1}(K_1 * \dots * K_n * F_\infty, C) = \|K_1 * \dots * K_n * \varphi_s\|_C, \end{aligned}$$

де  $\varphi_s(t) = \text{sign} \sin st$ ,  $d_N(M, C)$  —  $n$ -поперечник за Колмогоровим множини  $M$  у просторі  $C$ .

У четвертому розділі розв'язана задача оптимального відновлення підмножин гільбертового простору, які є образом кулі одиничного радіуса відносно дії компактного оператора, за інформацією про значення декількох коефіцієнтів Фур'є елементів підмножини, які задані неточно. Також, розв'язана задача



Підпис Чайченка С. О. засвідчую

Начальник відділу кадрів

 Є. С. Сілін



про оптимальне відновлення скалярного добутку на декартовому добутку підмножин гільбертового простору, одна з яких є образом кулі одиничного радіуса відносно дії компактного оператора, а інша — образом кулі одиничного радіуса відносно дії обмеженого оператора спеціальної структури, за інформацією з похибкою про значення декількох перших коефіцієнтів Фур'є елементів цих підмножин.

Інформація про кожен з коефіцієнтів Фур'є задається з похибкою  $\epsilon_k$ , в кожному з пунктів 4.4.1 – 4.5.4 по-різному. Знайдено оптимальний метод відновлення, а також обчислено оптимальну похибку відновлення.

В цьому розділі узагальнюються результати роботи К.Ю. Осипенка та Г.Г. Магаріл-Ілляєва як на випадок більш загальних класів, так і на випадок більш загальних множин, що задають похибку інформаційного оператора.

**4. Публікації, апробація та практичне значення результатів.** Для одержання результатів дисертаційного дослідження М.С. Гунько використовує загальні методи розв'язання екстремальних задач теорії наближення, загальні факти функціонального аналізу, теорії функцій, а також методи апроксимації індивідуальних функцій та функціональних класів.

Всі результати роботи є новими і з достатньою повнотою опубліковані у фахових виданнях України: у наукових журналах — 7 статей, з яких 1 стаття — без співавторів і 3 статті мають переклади у науковому журналі, що входить до міжнародної наукометричної бази даних Scopus та на момент виходу публікацій відносився до видань з другого (Q2) або третього (Q3) квіртилів; у збірниках тез доповідей всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій — 6 тез. Всі публікації відповідають темі дисертації.

Ступінь обґрунтованості наукових положень та їх достовірність сумнівів не викликають. Автореферат повністю відображає результати дисертації. Результати дисертаційного дослідження достатньо апробовані, доповідались на наукових семінарах і конференціях в Україні та за кордоном.

Структура, обсяг та оформлення роботи відповідає рівню і вимогам, що ви-



Підпис Чайченка С. О. засвідчую

Начальник відділу кадрів

Є. С. Сілін

суваються до кандидатських дисертацій. Дисертація є завершеною працею, в якій отримано нові, науково обґрунтовані результати теоретичного характеру, що можуть бути використаними для розв'язання теоретичних та прикладних задач, які потребують наближення функціоналів та згорток функцій за точною та неточною інформацією.

## 5. Зауваження.

1. Позначення, що використовуються в дисертації, іноді є невдалими, що значно ускладнює ознайомлення з отриманими результатами. Зокрема:
  - у переліку умовних позначень не наведено номери сторінок, де вводяться відповідні величини;
  - не вказано межі зміни параметрів: стор. 27, 12-й і 13-й рядки зверху —  $n_j; i_j$ ; стор.29, 12-й рядок зверху і стор.69, 2-й рядок знизу —  $f_k$ ; стор.43, 3-й рядок знизу —  $(n_f, n_g)$ ;
  - права частина рівності на стор 27, 3-й рядок знизу (а також далі у тексті: стор. 30, 43, 50, 67) залежить від  $\Omega$ , тоді як ліва частина — не містить функціоналу  $\Omega$ ;
  - для позначення величин похибки метода, оптимальної похибки відновлення, оптимальної похибки відновлення за інформацією сумарного об'єма (див., відповідно, величини (3), (4), (5) на стор. 28, а також далі у тексті: стор. 30, 43, 50, 67) використовується однакова літера  $R$ . На мою думку, названі величини слід було позначати різними літерами.
2. Твердження наслідків 2.1.1 і 2.1.2 є неточними, оскільки якщо  $p_j = 2$ , то
 
$$\sum_{j=1}^n 1/p_j = \sum_{j=1}^2 1/2 = 1, \text{ тобто } n = 2.$$
3. В тексті дисертації є низка помилок технічного характеру: стор. 3, 12 рядок зверху (правильно писати: Ю.М. Суботіна) стор. 31, 8-й рядок зверху (посилання на розділ 2); стор. 37, 8-й рядок зверху (має бути  $B[\varepsilon, l_p^1]$ ); стор. 45,

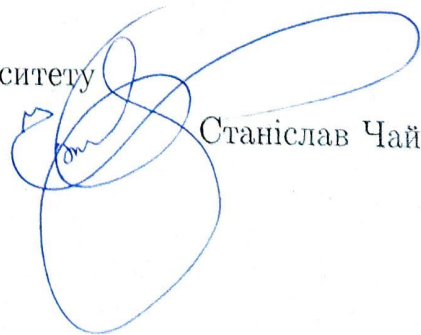


2-й рядок зверху (нижній індекс  $T_1(h_x) = 0$ ); стор. 51, 3-й рядок зверху (правильно писати: можливим); стор. 61, 2-й рядок знизу (неправильний перенос ініціалів); стор. 62, 4-й рядок зверху (в кінці речення потрібно ставити крапку); стор. 62, 9-й рядок знизу (в кінці формули пропущено кому).

Наведені зауваження суттєво не впливають на загальне позитивне враження і оцінку дисертаційної роботи. Достовірність отриманих автором результатів не викликає сумніву.

**6. Висновок.** Вважаю, що дисертаційна робота “Задачі оптимального відновлення полілінійних функціоналів і операторів за лінійною інформацією” задовольняє вимоги пп. 9, 11 – 14 “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з постановами КМ України № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р. та наказом МОН України від 12.01.2017 р.) щодо кандидатських дисертацій, а її автор, Гунько Марина Сергіївна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Проректор з науково-педагогічної роботи  
Донбаського державного педагогічного університету  
доктор фізико-математичних наук, професор



Станіслав Чайченко



Підпис Чайченка С. О. засвідчую  
Начальник відділу кадрів  Е. С. Сілін