

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

НЕСТЕРЕНКО Марини Олександрівни

“Реалізації та контракції алгебр Лі, орбіт-функції та квазікристали”,

представленої на здобуття наукового ступеня

доктора фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика

Актуальність теми дисертації. Сьогодні теорія груп та алгебр Лі, беззаперечно, є дієвим інструментом у багатьох областях математики та фізики, причому ця, здавалося б, абстрактна теорія, знаходить все нові і нові ефективні застосування у суто прикладних задачах. Саме такі застосування і стимулюють розвиток теорії Лі як самостійної гілки сучасної математики, де вивчаються властивості та характеристики різноманітних структур, створюються та розвиваються нові методи тощо. З іншої боку, прослідковуються нетривіальні зв’язки з іншими розділами математики, як то теорія диференціальних рівнянь, топологія, алгебраїчна та диференціальна геометрії, аналіз та інші, і, звичайно ж, дуже тісний взаємозв’язок з теоретичною і математичною фізигою. Так дослідження реалізацій алгебр Лі та їх диференціальних інваріантів дозволяють будувати інваріантні рівняння і моделі, застосовуються у груповій класифікації та для побудови різницевих схем, а контракції дають істотну інформацію про структури многовидів алгебр Лі та встановлюють неперевні зв’язки між різними теоріями, моделями і спеціальними функціями. Цінність дисертаційної роботи Марини Олександрівни Нестеренко полягає саме у таких міждисциплінарних зв’язках і нових напрямках, що розвиваються. Наприклад, кореневі і вагові системи, характери та групи Вейля застосовуються для означення та дослідження спеціальних орбіт-функцій і пов’язаних з ними поліномів, а також використовуються як базиси ґраток для побудови дискретних модельних множин (квазікристалів).

Наукова новизна та значимість отриманих результатів. У дисертації отримано ряд нових важливих результатів, серед яких, на мою думку, слід відзначити наступні:

- Доведено дві теореми про необхідні умови існування контракції, пов'язані розмірністю централізатора похідної алгебри та існуванням підалгебри тієї ж розмірності. Досліджено контракції комплексних нільпотентних алгебр Лі до розмірності шість включно, зокрема знайдено переліки достатніх умов їх існування та показано, що вони еквівалентні узагальненим контракціям Іньоню–Вігнера.
- Розроблено метод для дискретного Фур'є аналізу аперіодичних функцій, що визначені на квазікристалах. Метод, з наперед заданою точністю, апроксимує цільову функцію на усьому нескінченному d -вимірному Евклідовому просторі, його основною перевагою є те, що він повністю теоретико-груповий, базується на класах спряженості, скінчених групах та дуальних до них.
- Узагальнено алгебраїчний метод І. Широкова для побудови реалізацій алгебр Лі, що відповідають інтранзитивній дії локальної групи Лі. Цей метод застосовано для побудови нових реалізацій алгебр Пуанкаре, Галілея, конформної та двох алгебр де Сіттера, що не є розв'язними і тому побудова їх реалізацій прямим методом є громоздкою і складною.
- Використовуючи теорію напівпростих груп Лі, досліджено властивості орбіт-функцій та відповідні їм ортогональні поліноми. Досліджено їх дискретизацію, доведено ряд тверджень та побудовано необхідні орбіти, фундаментальні області і розв'язні рекурсії.

Зауваження та пропозиції.

- Дослідження нільпотентних алгебр Лі було б більш завершеним, якби були описані контракції дійсних алгебр Лі розмірності шість, що

відрізняються від розглянутих чотирма додатковими алгебрами; та-
кож важливим є аналіз контракцій алгебр Лі над іншими полями (не
 \mathbb{R} і \mathbb{C}). Щодо отриманих контракцій, то доречно було б додатково
проаналізувати замикання орбіт алгебр Лі, та вказати ті алгебри,
що містять у своєму замиканні малу кількість неізоморфних пред-
ставників.

- Запропонований у дисертації метод шифрування, що використовує одновимірні квазікристали, не тестувався на стійкість до зламу, що варто було б дослідити, оскільки більш стійкими є несиметричні методи, а до переставних методів може застосовуватись прямий пе-
ребір.
- Стосовно реалізацій алгебр Лі, то цікаво було б простежити відпо-
відність між транзитивними реалізаціями, що відповідають підал-
гебрам алгебри диференціювань та проекціями лівоінваріантних ве-
кторних полів, побудованих методом Широкова, а також дослідити
їх зв'язок з формулою реалізації Блаттнера.

Однак, ці зауваження не впливають на загальну високу оцінку дисертаційної роботи. Частину з них можна вважати побажаннями для подальшої роботи.

Загальний висновок. Дисертація Нестеренко М.О. є актуальним до-
слідженням у галузі теорії алгебр Лі та їх застосувань. Введені поняття,
отримані результати та розвинуті в дисертації методи мають значні пер-
спективи щодо подальшого їх використання в теорії диференціальних
рівнянь, математичній фізиці та, що особливо цінно, у різноманітних
прикладних задачах.

Оформлення дисертації задовольняє всім вимогам, які висувають до
рукописів на здобуття наукового ступеня доктора наук. Результати в
повній мірі представлено у журнальних публікаціях, збірниках наукових
праць, тезах конференцій тощо. Вони також доповідались на багатьох

міжнародних семінарах і конференціях, відомі спеціалістам та добре цитуються. Автореферат дисертації вірно й повно відображає зміст роботи.

Враховуючи все зазначене вище, вважаю, що дисертація “Реалізації та контракції алгебр Лі, орбіт-функції та квазікристали” містить вагомі наукові результати з теорії реалізацій і контракцій алгебр Лі, орбіт-функцій та квазікристалів, задовольняє вимогам пп. 9, 10, 12, 13, 14 “Порядку присудження наукових ступенів” (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами) щодо докторських дисертацій, а її автор Нестеренко Марина Олександровна заслуговує на присвоєння наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 – математична фізика.

Офіційний опонент
завідувач кафедри
алгебри і комп’ютерної математики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
доктор фіз.-мат. наук, професор

 Петравчук А.П.

