

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
НЕСТЕРЕНКО Марини Олександрівни
«Реалізації та контракції алгебр Лі, орбіт-функції та квазікристали»,
представленої на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика

Сучасна математична фізика використовує досягнення теорії диференціальних рівнянь, алгебри, геометрії тощо. І саме як наслідок взаємодії «чистої математики» і «фізики» виникають найяскравіші результати математичної фізики та прикладної математики. Крім того, у багатьох випадках задачі математичної фізики спричинили виникнення чи суттєво вплинули на розвиток певних областей сучасної математики. Методи теорії груп і алгебр Лі були і залишаються основним інструментом сучасної математичної фізики.

У дисертаційній роботі Марини Олександрівни чітко прослідковується зв'язок математичної фізики з диференціальними рівняннями (реалізації, інваріанти), алгебрами Лі (контракції, S -розширення) і аналізом (майже періодичні функції, орбіт-функції). І об'єднуючим елементом всієї роботи є саме теорія алгебр Лі. Сьогодні вплив алгебр Лі на математичну фізику поглиблюється через розвиток та застосування різноманітних алгебраїчних методів у задачах групової класифікації (що демонструють результати представників української школи: Нікітіна, Лагна, Жданова, Поповича та багатьох інших), у теорії реалізацій алгебр Лі (роботи Бойко, Поповича та інших), у контракціях (Нікітін, Попович) та у теорії інваріантів (Фушич, Єгорченко, Лагно). Так, побудова реалізацій алгебр Лі за допомогою диференціальних операторів першого порядку та їх диференціальних інваріантів важлива для розв'язання задач групової класифікації та побудови інваріантних моделей. Граничні переходи (контракції) між алгебрами Лі з'являються при дослідженні зображень, інваріантів, спеціальних функцій і диференціальних рівнянь. Наприклад, контракція алгебри Пуанкаре до алгебри Галілея дає симетрійне обґрунтування граничного переходу від релятивістської до класичної механіки, що відповідає спрямуванню швидкості світла до нескінченості. Також нові перспективи для застосувань теорії простих алгебр Лі та

скінчених груп відкриваються у зв'язку з необхідністю вивчення спеціальних орбіт-функцій та аперіодичних функцій, що пов'язані з квазікристалами.

Дисертаційну роботу М.О. Нестеренко присвячено побудові контракцій, деформацій, реалізацій і диференціальних інваріантів фізично важливих алгебр Лі; вивченню властивостей орбіт-функцій та розробці нових методів для дослідження квазікристалів і розвитку теорії контракцій та реалізацій алгебр Лі.

Дисертація М.О. Нестеренко, має загальний обсяг 327 сторінок, складається зі вступу, трьох розділів, висновків, трьох додатків та списку використаних джерел із 148 найменувань. У вступі вказано мету дисертаційних досліджень та обгрунтовано їх актуальність, обговорено коло розглянутих задач, викладено отримані результати та зазначено їх наукову новизну і особистий внесок автора, а також описано структуру роботи. У трьох розділах викладено основні результати дисертації. Їх досить багато, тому нижче наведено лише найвагоміші:

- використовуючи нові підходи та твердження запропоновані у дисертації, побудовано реалізації векторними полями Лі алгебр важливих для фізичних застосувань, а саме: Пуанкаре, Галілея, конформної та де Сіттера;
- доведено ряд важливих теоретичних тверджень, що стосуються контракцій і S -розширень, а також досліджено граничні переходи для комплексних нільпотентних алгебр Лі розмірностей п'ять та шість;
- вивчено нові спеціальні орбіт-функції та низку пов'язаних з ними об'єктів, зокрема правила галуження орбіт груп Вейля, ортогональні поліноми і кореневі системи напівпростих алгебр Лі рангу три;
- запропоновано конструктивний метод наближення майже періодичних функцій пов'язаних з квазікристалами, які будуються методом проєкцій та перерізів ґраток з цілими коефіцієнтами.

У висновках до дисертаційної роботи стисло наведено ключові результати роботи та підсумовано основні доведені твердження. Результати дисертації, що виносяться на захист, є новими, всі твердження чітко сформульовані і доведені. Дисертація відображає глибоке знання авторкою наукової літератури за темою

дисертації та вміння ефективно застосовувати нові методи та алгоритми для досліджень у цій галузі математики.

До дисертаційної роботи можна зробити кілька зауважень:

1. У тексті є ряд недоліків і описок, ймовірно пов'язаних з перекладом з англійської мови на українську.
2. Реалізації алгебр Пуанкаре побудовано для випадків $p(1,1)$ та $p(1,2)$, варто було б дослідити реалізації алгебри $p(1,3)$ та $p(1,4)$, для яких відомі (І. Патера, П. Вінтерніц, Г. Цассенхауз, В.І. Фушич, А.Ф. Баранник, Л.Ф. Баранник) структури підалгебр та які є найцікавішими з точки зору фізики.
3. У дисертації детально розглянуто орбіт-функції та поліноми трьох змінних, для фізичних застосувань доцільно було б дослідити чотиривимірний випадок, який дозволив би здійснювати наближення функцій у $(3+1)$ -вимірному просторі–часі.

Але ці зауваження не впливають на загальне позитивне враження від роботи, а, фактично, є побажаннями для подальших досліджень. Загальний висновок: дисертація М.О. Нестеренко є актуальним і важливим дослідженням, що присвячене розвитку та застосуванням теорії алгебр Лі. Запропоновані дисертанткою поняття, отримані результати, розроблені методи та алгоритми є перспективними для подальшого їх використання в теорії диференціальних рівнянь і галузях, суміжних до теорії алгебр Лі, у чисельних методах та у прикладних задачах.

Оформлення дисертації задовольняє всім вимогам, що висуваються до рукописів на здобуття наукових ступенів. Результати повно опубліковані у фахових збірках наукових праць і журнальних публікаціях. Зокрема, дисертантка має публікації у таких престижних журналах як *J. Phys. A* та *Acta Crystolog. A*. Серед її наукових праць — п'ять робіт опубліковано у журналах, що віднесені до квартиля Q1 та дві роботи опубліковано у журналах, що віднесені до квартиля Q3 відповідно до класифікації *SCImago Journal and Country Rank*. Результати дисертації доповідались на міжнародних конференціях та наукових семінарах

(зокрема, в університетах Кіпру, Канади та Чехії). Роботи Нестеренко М.О. відомі фахівцям і добре цитуються (станом на березень 2021 року роботи дисертантки налічують понад 190 цитувань згідно наукометричної бази Scopus). Автореферат дисертації вірно і повно відображає зміст роботи.

Беручи до уваги все наведене вище, вважаю, що дисертація «Реалізації та контракції алгебр Лі, орбіт-функції та квазікристали» містить важливі наукові результати з теорії алгебр Лі, задовольняє вимогам пунктів 9, 10, 12, 13, 14 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами) щодо докторських дисертацій, а її авторка Марина Олександрівна Нестеренко заслуговує на присвоєння наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук,

старший науковий співробітник,

Інститут прикладних проблем механіки і математики

ім. Я.С. Підстригача НАН України,

провідний науковий співробітник

відділу алгебри

В.М. Федорчук

Підпис Василя Максимовича Федорчука

засвідчую



вчений секретар О.З. Кравчишин