ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Вовчанського Миколи Богдановича
«Стохастичні потоки зі склеюванням та точкові процеси»,
що подана на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика

Останні тридцять років були відмічені спалахом активності щодо вивчення випадкових моделей еволюції часток, у яких декілька часток при зіткненні формують єдину частку (склеюються). При цьому значний внесок у дану тематику був зроблений А.А. Дороговцевим (науковим керівником автора дисертації), його співавторами та учнями. Такі моделі, що є певною мірою оберненими до гіллястих процесів, у яких спостерігається обернене явище розпадання однієї частки на декілька, включають в себе переставні коалесценти, зокрема, коалесценти з множинними зіткненнями, адитивні коалесценти, потоки Арратія, Харріса та інші. Вони знаходять широке застосування у генетиці, біології та інших галузях. Тому тематика даної дисертаційної роботи, у якій досліджуються стохастичні потоки зі склеюванням та їх апроксимації, є без сумніву актуальною, а результати, отримані у роботі, формують вагомий внесок до існуючої літератури.

Дисертація складається зі вступу, 4-х розділів, висновків та списку літератури. У розділі 1 для гаусівського випадкового поля, з якого утворюються траєкторії у процесі Арратія, отримано оцінку для розподілу максимума; доведено закон повторного логарифма для розмірів кластерів, утворених у потоці Арратія частками, що зіткнулися з часткою зі стартом в нулі; для потоку Арратія з зсувом знайдено асимптотику середніх значень кластерів, що містять нуль. У розділі 2 доведено слабку збіжність апроксимуючих процесів, побудованих за допомогою запропонованого у роботі варіанту методу дробових кроків, до n-точкового руху потоку Арратія з зсувом; знайдено оцінки швидкості збіжності розподілів образів міри Лебега під дією згаданих вище апроксимуючих потоків; обгрунтовано відсутність збіжності за ймовірністю у результатах даного розділу. У розділі 3 встановлено слабку збіжність зліченних наборів рухів у гладких стохастичних потоках до відповідних зліченних наборів рухів у потоці Харріса з інфінітезимальною коваріацією, що є характеристичною функцією симетричного стійкого розподілу; доведено грубу (vague) збіжність скінченних наборів, породжених потоками перетворень числової осі; показано, що введене у дисертації відображення, що задає конструктивним чином дуальний потік в термінах зліченного набору рухів прямого потоку, є неперервним відносно розподілу потоку зі склеюванням. У розділі 4 отримано низку результатів щодо зображень та збіжності точкових щільностей, що відповідають скінченному числу точок старту та конкретній послідовності моментів склейки у потоці Арратія.

Деякі з детальних зауважень, наведених нижче, носять математичний характер, а деякі стосуються оформлення роботи.

с.33, рядок 8: Немає означення класу функцій $C_b^{\infty}(R)$.

с. 36, рядок 5: Немає означення класу функцій $C_b^{1+\alpha}(R)$. Позначення, використане в наступному рядку, також незрозуміле.

с.37, теорема 1.1.1: У даній теоремі цитується один результат Харріса. В роботі Харріса фігурує припущення про те, що спектральна міра, що відповідає коваріації, не є дискретною. Автор наводить це припущення в термінах перетворення Фур'є від коваріації. На мою думку, оригінальне припущення Харріса та припущення, записане автором, не є еквівалентними. Додаткове зауваження: автор вживає вираз «неперервну відносно міри Лебега компоненту». Вважаю, що ця фраза мала б звучати так: «неперервну компоненту».

с.37, рядок -7: Випущено дужки, має бути (1.1).

с.42, набір рівностей та нерівностей у нижній частині сторінки: Перша рівність неправильна (під знаком ймовірності мають бути рівності, а не нерівності). Як наслідок, весь набір потребує виправлення. Також не є зрозумілим використання в цих формулах мінімумів та максимумів замість інфімумів та супремумів.

с.45, рядок -5: $t \leq 1/e$, а не $t \leq e$.

с.45, рядки -4 та -2: має бути $1/|ln\ \alpha|$, а не $1/ln\ \alpha$. Виправлення, аналогічні цьому і попередньому, мають бути зроблені і на с. 47.

с. 46, рядок 2: принцип відбиття варто було згадати при його першому використанні у формулі (1.6) на с. 42.

с. 46, рядок 4: Величини u_n не визначені, хоча можна здогадатися, що вони позначають.

с.46, рядок 8: З урахуванням (1.11) більш природним у цьому місці був би запис $P(\liminf_{n\to\infty} A_n^c) = 1$.

с.46, рядок 9: Треба додати "для великих n". Взагалі кажучи, презентація у цій частині доведення може бути покращена. Для цього при виборі n_0 потрібно взяти до уваги інтервал, на якому функція φ зростає.
с.48: В усіх рядах, де фігурує $n \geq n_0$, має бути $n \geq n_0 + 1$.
с. 49, рядок 11, с.50, рядок 2 та двічі у доведенні теореми 1.6.1: «Лемою 1.3.1» потрібно замінити на «Теоремою 1.3.1».
с.49, рядок -1: зайві дужки під знаком кореня
с.50, рядок 10: Замість «в 1.5» має бути «в розділі 1.5».
Є декілька зауважень до формулювання та доведення твердження 1.5.1.

1) У формулюванні твердження не вказано, як параметр u є пов'язаним з вхідними параметрами твердження. Потрібно сказати, що $u = |u_2 - u_1|/\sqrt{2}$.
2) Функція φ_L , що фігурує у формулюванні твердження, вказана неправильно. Автор визначає її так $\varphi_L(r) = (2\sqrt{2}L)^{-1}(1 - exp(-2\sqrt{2}Lr))$. Насправді вона має вигляд $\varphi_L(r) = (2L)^{-1}(1 - exp(-2Lr))$.
3) Доречність введення додаткової функції m, що збігається з раніше визначеною функцією φ_L, є сумнівною.
4) Автор обгрунтовує можливість подальших обчислень на с.53 детермінованістю функції m. Але принциповими властивостями функції m, що насправді використовуються далі, є неперервність та монотонність.

Права частина формули (1.17) має бути $2/\sqrt{\pi}$, а не $\sqrt{2/\pi}$. Аналогічні виправлення потрібні у твердженнях 1.6.1, 1.6.2 та теоремі 1.6.1.
с.55: Довге і заплутане доведення твердження 1.6.2 є неправильним по суті і за реалізацією. Опонентом було запропоноване альтернативне коротке доведення, з яким автор погодився.
с.58, рядок -7: «Згідно з лемою 1.5.1» варто замінити на «згідно з доведенням теореми 1.5.1».
с.59, рядок 9: Слово «оцінки» слід видалити.
с.59, рядок 12: Фразу «з дрейфом» слід видалити.
с.74, рядок 9: Згадка про міру Лебега здається зайвою.

с.75, рядок 4: Замість коми має бути знак різниці.

Доведення твердження 2.4.1: Варто було б навести більш детальне доведення.

с.79, рядок 1: Здається, що граничне співвідношення, наведене у цьому рядку, надалі не використовується. Тому сенс його згадування є незрозумілим.

с.81, рядок -6 та с.87, рядок -4: Не вказано, у якій топології має місце збіжність: у продакт J_1 − топології чи у J_1 − топології на $D[0,1]^2$.

с.82, рядок 5: Величини $\lambda^{(n)}$ були введені на с. 63. Варто було б нагадати їх означення.

с.83, рядок -5: Втрачено символ математичного сподівання.

с.93, рядок 8: Вказані тут міри слід поміняти місцями.

с.96, формула (2.27): У останній експоненті втрачено множник C_a.

с.96, зауваження 2.8.1: У асимптотичному співвідношенні неправильно вказаний числовий множник.

с.102, рядок 12: У правій частині втрачено множник $2^{-1/p}$.

с.112, рядок -10: Обгрунтування відсутності згорткового кореня є неправильним. Як наслідок, справедливість всього параграфу викликає сумнів.

с.114, рядок -4 і далі: Має бути $C_T^{1/2}$, а не C_T.

с.128, рядок 10: Слово «неперервної» слід видалити.

с.134, рядок -8 та с.135, рядок 6: Випущено верхній індекс a.

Зустрічаються невдалі формулювання. Наведу декілька прикладів.

с.36, рядки -3,-2,-1: Варто було написати «двох частинок є розв'язком СДР…, а не стандартним вінерівським процесом із загибеллю в нулі, як у випадку потоку Арратья».

с. 37, теорема 1.1.1: Варто було написати «, що є симетричною, … визначеною функцією, яка задовольняє…».

с.63, рядок -7: Варто було написати «демонструє поведінку, що є суттєво відмінною…».

с.120, рядок 7: Краще «…, що (3.9) виконується для…».

с.122, рядок -1: «означення… досліджене»???

Зустрічаються неправильні вживання українських слів, наприклад, «співпадає» замість «збігається» (с. 36, с.53, с.90, с.116); «наступний» замість «такий» (с.35 (після прикладу 1.1.2), 37, 45, 47, 60, 63, 65, 68, 78, 86 та інші), «частковий» замість «окремий» (с. 34), «на протязі» замість «протягом» (с. 66), «обираємо» замість «вибираємо» (с. 114, с.120) та інші. Також на с. 13 слово «Section» виглядало б більш природно, ніж Subchapter.

Наявні одруковки:

с. 20, рядок -6: має бути B. Toth, а не T. Balint.
с.21, рядок 8: «Точку» чи «частинку»?
с.33, рядок 9: Має бути k=1, а не i=1.
с.35, рядок 10: Випущено слово «прикладу».
с. 36, рядок -6: Знак нерівності має бути $\geq$.
с. 46 : sup lim замість lim sup
с.49, рядок -4: Замість s_k та s_j мають бути t_k та t_j.
с.50, рядок -3: одруковка у позначенні границі
с.54, рядок -4: має бути $\eta(t)$, а не η.
с.55, рядок -3: ds під знаком інтегралу слід замінити на dx.
с.64, рядок 6: Під знаком інтегралу випущено аргумент u.

с.65, рядок 1: Має бути $t \leq s$.

с.68, рядок -7: Формат запису символу математичного сподівання відрізняється від прийнятого у роботі.

с.73, рядки -7 та -6: Аргумент u слід тричі замінити на t.

с.74, рядок 8: Має бути f(r), а не f_r.

с.113, рядок -11: Переплутаний порядок аргументів: має бути x,t та y,s.

с.114, рядок -1: Має бути t_1, t_2 , а не t,s.

с.115, рядок 1: Має бути ρ_T , а не p_T.

Перераховані зауваження не зменшують загального позитивного враження від роботи і не впливають на високу оцінку її наукового рівня.

Отримані автором твердження, що спираються на сучасні методи теорії випадкових процесів, є новими, правильними та коректно доведеними. Більшість доведень даної дисертації свідчать про неабияку технічну майстерність автора. Стиль викладення роботи є досить лаконічним, що підтверджує високу наукову кваліфікацію автора.

Основні результати роботи, що у достатній мірі обговорювалися на наукових семінарах та конференціях як в Україні, так і за кордоном, вчасно опубліковані у 5-ти статтях у фахових виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus. Автореферат повно та правильно відображає зміст дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота «Стохастичні потоки зі склеюванням та точкові процеси», подана на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика, відповідає вимогам п.п.9, 11, 12, 13 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою КМУ №567 від 24.07.2013 р. (зі змінами, внесеними згідно з Постановами КМУ №656 від 19.08.2015 р., №1159 від 30.12.2015 р. та №567 від 27.07.2016 р., № 943 від 20.11.2019 р., №607 від 15.07.2020 р.), які висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор, Вовчанський Микола Богданович, заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Офіційний опонент:
доктор фізико-математичних наук,
професор, в.о. завідувача кафедри дослідження операцій
факультету комп'ютерних наук та кібернетики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
Іксанов О.М.

Надійшов 26.03.2021 р.

Підпис засвідчую
Вчений секретар НДЧ
Каравульна Н.В.
26.03.2021р.

Україна * Київський національний університет імені Тараса Шевченка * Ідентифікаційний код 02070944