



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. директора Інституту математики НАН України

О.В. Антонюк

10 грудня 2020 р.

## ВИСНОВОК

Інституту математики Національної академії наук України  
щодо дисертації Сатур Оксани Романівни на тему:  
“Аналіз поведінки траєкторій в моделях складних динамічних  
систем з притягальною взаємодією”, подану на здобуття наукового  
ступеня доктора філософії в галузі знань 11 “Математика та  
статистика” за спеціальністю 111 “Математика”

### Витяг

із протоколу № 23 засідання семінару відділу математичної фізики Інституту  
математики НАН України від 10 грудня 2020 року

**ПРИСУТНІ:** член-кореспондент НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор  
А.Г. Нікітін (завідувач відділу), рецензенти: доктор фіз.-мат. наук, профе-  
сор О.Л. Ребенко, доктор фіз.-мат. наук, старший дослідник О.А. Бурилко,  
співробітники відділу: доктор фіз.-мат. наук, професор В.Д. Кошманенко,  
доктор фіз.-мат. наук, професор Р.О. Попович, доктор фіз.-мат. наук, про-  
фесор Р.М. Черніга, доктор фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник  
В.М. Бойко, доктор фіз.-мат. наук, старший дослідник О.О. Ванєєва, кан-  
дидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник І.А. Єгорченко, кан-  
дидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник С.В. Спічак, кандидат  
фіз.-мат. наук, старший дослідник М.О. Нестеренко, кандидат фіз.-мат. на-  
ук О.Ю. Жалій, кандидат фіз.-мат. наук, головний інженер Т.В. Каратаєва,  
провідний інженер Е.Є. фон Діхтер, а також кандидат фіз.-мат. наук, про-  
фесор І.І. Юрик (Національний університет харчових технологій, завідувач  
кафедри вищої математики) та аспіранти відділу О.В. Локазюк, С.В. Опа-  
насенко, О.Р. Сатур (всього 18 присутніх).

**СЛУХАЛИ:** доповідь аспірантки Інституту математики НАН України Сатур  
Оксана Романівни за матеріалами дисертаційної роботи “Аналіз поведінки  
траєкторій в моделях складних динамічних систем з притягальною взаємо-  
дією”, поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціаль-  
ністю 111 “Математика”.

У доповіді авторка виклала актуальність теми, мету дослідження, його на-  
укову новизну і практичну значимість, обґрунтування достовірності резуль-  
татів та доповів зміст, основні результати й висновки по роботі.

В обговоренні роботи взяли участь:

член-кореспондент НАН України д.ф.-м.н., проф. А.Г. Нікітін, доктор фіз.-мат. наук, професор О.Л. Ребенко, доктор фіз.-мат. наук, старший дослідник О.А. Бурилко, доктор фіз.-мат. наук, професор В.Д. Кошманенко, доктор фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник В.М. Бойко, доктор фіз.-мат. наук, старший дослідник О.О. Ванеєва.

На всі поставлені питання доповідачка дала ґрунтовні відповіді.

Виступаючі відзначили актуальність, новизну, наукову і теоретичну значимість дисертаційної роботи. Відмічено її закінченість та повноту і те, що вона відповідає всім вимогам, що висуваються до дисертацій докторів філософії.

Тему дисертації і наукового керівника доктора фізико-математичних наук, професора В.Д. Кошманенка затверджено на засіданні Ученої ради Інституту математики НАН України (протокол № 11 від 19 грудня 2017 року).

Визначення напрямку дослідження, а також постановка задач належить науковому керівникові – доктору фізико-математичних наук, професорові В.Д. Кошманенку. Основні результати, що виносяться на захист, авторка отримала самостійно. Зі статей, опублікованих у співавторстві, до дисертації додані лише ті результати, які належать авторці.

Дисертацію виконано у відділі математичної фізики Інституту математики НАН України у рамках тем “Дослідження моделей математичної фізики, що описують детерміновані та стохастичні процеси в складних системах” (номер держреєстрації 0116U00310) і “Аналітичні та групові методи дослідження математичних моделей сучасного природознавства” (номер держреєстрації 0117U002119), а також в рамках проекту Національного фонду досліджень України 2020.02/0089 “Складні динамічні системи в природничих науках: теорія, математичне моделювання, чисельні методи та застосування до передових технологій” (номер держреєстрації 0120U104004).

## ВИСНОВОК

**про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації на тему: “Аналіз поведінки траєкторій в моделях складних динамічних систем з притягальною взаємодією”**

Дисертаційна робота присвячена математичному моделюванню конфліктів у складних системах взаємодіючих об’єктів за допомогою систем різницевого рівнянь. У роботі проведено глибокий якісний аналіз динамічних систем різної конфігурації та з різними типами взаємодії між елементами, а отримані математичні результати мають гарну інтерпретацію у соціології та біології. У роботі використовуються сучасні методи теорії динамічних систем, теорії міри, функціонального аналізу, теорії стійкості, теорії ймовірності, фрактального аналізу. Відмітимо основні отримані у роботі результати:

- Запропоновано ряд нових математичних моделей конфліктів, що описують боротьбу кількох конкурентів за обмежені ресурси. Боротьба за ресурси моделюється притягуючою взаємодією між двокомпонентними елементами глобальної мережі.

- Запропоновано оригінальні методи дослідження складних динамічних систем, що поєднують аналітичні та якісні методи з комп'ютерним моделюванням та візуалізацією отриманих результатів. Методи побудовані на використанні редукацій, аналізі числових послідовностей, знаходженні інваріантних підпросторів тощо.
- Доведено існування положень рівноваги та граничних циклів у системах конфліктів різних типів, а також проаналізовано їх стійкість. Показано існування мультистабільності у багатокомпонентних динамічних системах.
- Доведено ряд тверджень відносно множин початкових даних, що належать до басейнів притягання різних атракторів. Отримані математичні результати гарно інтерпретовані у термінах конфліктних ситуацій.
- Одержано достатні умови виникнення достовірної події для граничного по часу стану багатокомпонентної динамічної системи з притягальною взаємодією.
- Знайдено критерій виникнення точкового спектра в граничних розподілах динамічних систем конфлікту з притяганням на просторах з фрактальним подрібленням.

Представлені у дисертації результати та методи дослідження є новими, цікавими та важливими як для теорії динамічних систем, так і для застосувань у природознавстві. Запропоновані моделі конфліктів мають гарні перспективи для подальших досліджень, розвитку та узагальнень.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 11 наукових публікаціях. Шість із них [1–6] – це статті у наукових виданнях, внесених до переліку наукових фахових видань України, три з яких [3–5] входять до наукової бази Scopus або Web of Science. Роботи [7–11] опубліковано у матеріалах міжнародних наукових конференцій.

1. Сатур О.Р. Граничні стани дискретних динамічних систем з притягальною взаємодією // Збірник праць Інституту математики НАН України. – 14, № 2. – Київ: Інститут математики НАН України. – 2017. – С. 122–132.
2. Сатур О.Р. Динамічна система конфлікту з притяганням для трійки взаємодіючих сторін // Наукові записки НаУКМА. Фізико-математичні науки. – 2017. – 201. – С. 34–37.
3. Кошманенко В.Д., Сатур О.Р. Проблема достовірної події в багатокомпонентних динамічних системах з притягальною взаємодією // Нелінійні коливання. – 2019. – 22, № 2. – С. 220–234. (Переклад: Koshmanenko V.D., Satur O.R. Sure event problem in multicomponent dynamical systems with attractive interaction // Journal of Mathematical Sciences. – 2020. – 249, No. 4. – P. 629–646. <https://doi.org/10.1007/s10958-020-04962-3>)
4. Сатур О.Р., Харченко Н.В. Модель динамічної системи досягнення консенсусу // Український математичний журнал. – 2019. – 71, № 9. – С. 1271–1283. (Переклад: Satur O.R., Kharchenko N.V. The model of dynamical system for the attainment of consensus – Ukrainian Mathematical Journal. – 2020. – 71, No. 9. – P. 1456–1469. <https://doi.org/10.1007/s11253-020-01725-w>)

5. Koshmanenko V., Satur O., Voloshyna V. Point spectrum in conflict dynamical systems with fractal partition // *Methods of Functional Analysis and Topology*. – 2019. – **25**, No. 4. – P. 324–338.
6. Граничні стани багатокomпонентних динамічних систем // *Нелінійні коливання*. – 2020. – **72**, № 1. – С. 77–89.
7. Сатур О.Р. Збіжність до рівноважного атрактора в динамічних моделях з притягальною взаємодією // Міжнародна наукова конференція “Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь”. – Київ, 2017. – С. 75–76.
8. Kharchenko N.V., Satur O.R. Dynamic model of opinion formation. // 8-ма Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації”. – Кам’янець-Подільський, 2018. – P. 8–9.
9. Kharchenko N.V., Satur O.R. Opinion dynamics on a network // International conference “Modern Stochastics: theory and application. IV”. – Kyiv, 2018. – P. 31.
10. Satur O.R. The sure event problem in multi-component dynamical systems with attractive interaction // Міжнародна конференція молодих математиків – Київ, 2019. – С. 40.
11. Satur O.R. Dynamical picture of biological populations with attractive and repulsive interaction // III International scientific and practical conference “Modeling, control and information technologies”. – Rivne, 2019. – P. 69–71. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2019.29>

Основні результати дисертації доповідалися й обговорювалися на: міжнародних наукових конференціях “Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь” (Київ, 2017), “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації” (Кам’янець-Подільський, 2018), “Modern stochastics: theory and application. IV” (Київ, 2018), “Modeling, control and information technologies” (Рівне, 2019), Міжнародній конференції молодих вчених (Київ, 2019), літній школі у Університеті Градець-Кралове (Чехія, 2018), наукових семінарах відділу математичної фізики Інституту математики НАН України (керівник семінару — член-кореспондент НАН України, професор А.Г. Нікітін), “Складні системи конфлікту: динаміка, моделі, спектральний аналіз” Інституту математики НАН України (керівник семінару: доктор фіз.-мат. наук, професор В.Д. Кошманенко).

**Рецензенти рекомендують** прийняти дисертацію Сатур Оксани Романівни “Аналіз поведінки траєкторій в моделях складних динамічних систем з притягальною взаємодією” до захисту.

У результаті попередньої експертизи дисертації Сатур О.Р. і повноти публікацій основних результатів дослідження

#### **УХВАЛИЛИ:**

1. Затвердити висновок про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації Сатур Оксани Романівни на тему: “Аналіз поведінки траєкторій в моделях складних динамічних систем з притягальною взаємодією”

2. Дисертаційна робота за обсягом та якістю проведених досліджень і публікацій задовольняє усі вимоги Постанови Кабінету Міністрів України № 167 від 6 березня 2019 р. “Про проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії” (із змінами, внесеними згідно з Постановою КМ № 979 від 21.10.2020).

3. Рекомендувати дисертаційну роботу О.Р. Сатур на тему: “Аналіз поведінки траєкторій в моделях складних динамічних систем з притягальною взаємодією” до захисту на здобуття наукового ступеня доктора філософії та утворити спеціалізовану вчену раду з правом прийняття до розгляду та проведення разового захисту на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 “Математика” у складі:

*Голова ради:*

1. Бойчук Олександр Андрійович, д.ф.-м.н., професор, член-кореспондент НАН України, завідувач лабораторії крайових задач теорії диференціальних рівнянь Інституту математики НАН України.

*Рецензенти:*

2. Ребенко Олексій Лукич, д.ф.-м.н., професор, головний науковий співробітник відділу математичної фізики Інституту математики НАН України.

3. Бурилко Олександр Андрійович, д.ф.-м.н., старший дослідник, старший науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь та теорії коливань фізики Інституту математики НАН України.

*Опоненти:*

4. Хусаїнов Денис Ях'євич, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри моделювання складних систем факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

5. Дудкін Микола Євгенович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри диференціальних рівнянь фізико-математичного факультету Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Головуючий на засіданні:  
Завідувач відділу  
математичної фізики,  
член-кореспондент НАН України

А.Г. Нікітін

Секретар  
Провідний науковий співробітник  
відділу математичної фізики  
д.ф.-м.н., науковий співробітник

В.М. Бойко

Рецензенти:  
Головний науковий співробітник  
відділу математичної фізики  
д.ф.-м.н., професор

О.Л. Ребенко

Старший науковий співробітник  
відділу диференціальних рівнянь  
та теорії коливань  
д.ф.-м.н., старший дослідник

О.А. Бурилко