

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Безущак Оксани Омелянівни на тему
«Структурна теорія та асимптотичні конструкції
локально матричних алгебр»,
представленої на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Дисертаційна робота О.О. Безущак присвячена вивченню структури такого важливого типу нескінченно вимірних алгебр, як локально матричні алгебри, асимптотичних конструкцій з ними пов'язаних, а також застосувань локально матричних алгебр до груп та алгебр нескінченних матриць і просторів Хемінга. Теорія різних типів скінченно вимірних алгебр є однією з найбільш розвинених алгебраїчних теорій, їй вже більше 100 років, вона має безліч глибоких фундаментальних результатів і методів і дуже багато застосувань не тільки в математиці, а і за її межами. Але розвиток алгебри та інших дисциплін (не тільки математичних) природно привів до необхідності вивчати нескінченно вимірні алгебри. І тут зразу виникає питання про методику їх вивчення. Оскільки скінченно вимірні алгебри дуже добре вивчені, то природним є намагання використати в тій або іншій формі, підході і методи теорії скінченно вимірних алгебр. Це можливо зробити для алгебр, в тому або іншому сенсі близьких до скінченно вимірних. Такими якраз і є локально матричні алгебри, тобто алгебри, будь яка скінченна підмножина елементів яких міститься в підалгебрі, ізоморфній алгебрі квадратних матриць скінченного порядку. Це дуже цікавий тип алгебр, для якого є можливим як застосування умов скінченної вимірності, так і топології, що природно виникає на них. Тому локально матричні алгебри є предметом досліджень багатьох алгебраїстів. Більш того, зв'язки цих алгебр з C^* – алгебрами стали ще одним стимулом до їх вивчення. Так що тема даної дисертаційної роботи є актуальною і перспективною.

В дисертації наведені базові результати теорії локально матричних алгебр, а також всі необхідні визначення та результати, які використовуються.

З третього розділу починається викладання результатів, отриманих автором. В теоремах 3.4, 3.6, 3.10, 3.11 показано зв'язки алгебр Кліфорда з локально матричними алгебрами. В теоремі 3.12 для довільного нескінченного локально скінченного числа Стейніца \mathfrak{s} побудована незліченно вимірна унітальна локально матрична алгебра з числом Стейніца \mathfrak{s} , яка не ізоморфна тензорному добутку примарних локально матричних алгебр, і тим самим отримана негативна відповідь на давню проблему В.М. Курочкіна. В цьому ж розділі з'ясовується і роль чисел Стейніца для локально матричних алгебр. Доведено, що унітальні локально матричні алгебри універсально еквівалентні тоді і тільки тоді, коли вони мають однакові числа Стейніца. Зв'язок

чисел Стейніца з Моріта еквівалентністю з'ясовується в теоремі 3.17. Буде доречним далі просто перелічити інші основні результати даної дисертаційної роботи.

Побудовані спектральні Стейніцові інваріанти неунітальних локально матричних алгебр.

Показано, що злічений локально стандартний простір Хемінга визначається інваріантом Стейніца і розкладається в нескінченний тензорний добуток стандартних просторів Хемінга (аналог теорем Гліма і Кьоте).

Параметризовано неунітальні локально стандартні простори Хемінга числами Стейніца і дійсними числами та доведено аналог теореми Діксма'є.

Описані диференціювання і автоморфізми зліченно – вимірних унітальних локально матричних алгебр та знайдені розмірності алгебри Лі зовнішніх диференціювань і порядки груп зовнішніх автоморфізмів довільної зліченно – вимірної локально матричної алгебри.

Описані диференціювання найважливіших класів алгебр нескінченних матриць.

До змісту дисертації є незначні зауваження і побажання.

Мабуть не варто було наводити означення таких відомих понять як тензорний добуток, квадратична форма, алгебра диференціювань асоціативних алгебр, алгебра Кліфорда і т.і. З іншого боку, не включені деякі класичні означення та формулювання теорем, а лише посилання на відповідні наукові джерела.

В окремих випадках, коли мова йде про визначення підалгебри, яка містить елементи локально матричної алгебри того чи іншого типу, варто відмічати, що така підалгебра є найменшою за включенням підалгеброю з тією чи іншою властивістю. В іншому разі може виникати двоїсте враження (див. наприклад, доведення теореми 3.1).

Варто було б зробити додаткове зауваження, що множина натуральних чисел є не просто повною множиною, а й частковим випадком множини типу 4) з теореми 4.1, оскільки це не зовсім очевидно. Тому при розгляді повних множин типів 1), 2) та 4) числа Стейніца беруться лише нескінченні.

Цікавим є питання, чому побудовані в дисертації нескінченні серії прикладів унітальних локально матричних алгебр, які не розкладаються в тензорний добуток матричних алгебр, мають обмеження на число Стейніца, а саме: нескінченне число Стейніца не повинно бути натурально кратним нескінченному степеню характеристики поля.

Відмічу, що ці зауваження і побажання не впливають на загальну високу оцінку дисертаційної роботи.

Робота має теоретичний характер. Отримані результати і запропоновані методи можна використовувати у подальших дослідженнях нескінченно – вимірних алгебр, зокрема у структурній теорії нескінченно – вимірних асоціативних алгебр, а також теорії алгебр з мірою, теорії C^* – алгебр, теорії зображень.

Усі основні результати, які визначають наукову новизну дисертації та виносяться на захист, одержані О.О. Безущак самостійно, є новими і достовірними. Результати пройшли достатню апробацію на наукових семінарах та конференціях. За результатами дисертаційної роботи опубліковано 16 наукових статей, серед яких 9 публікацій надруковано у наукових періодичних виданнях, що включені до міжнародних наукометричних баз даних Scopus та/або Web of Science. Одна з цих статей є науковою публікацією у виданні, віднесеному до першого квартиля (Q1) відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, ще дві статті є науковими публікаціями у виданнях, віднесених до другого квартиля (Q2), і дві статті є науковими публікаціями у виданнях, віднесених до третього квартиля (Q3).

Вважаю, що дисертаційна робота «Структурна теорія та асимптотичні конструкції локально матричних алгебр» є актуальним дослідженням високого математичного рівня, вона містить важливі наукові результати з теорії нескінченних локально матричних алгебр, відповідає всім вимогам пп. 9, 10, 12, 13 та 14 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами), які висуваються до докторських дисертацій, а її авторка Безущак Оксана Омелянівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент,
професор кафедри геометрії і алгебри
Дніпровського національного
університету імені Олеся Гончара,
доктор фізико-математичних наук,
професор

Л.А. Курдаченко

Проректор з наукової роботи
О.О. Олександров



Л.А. Курдаченко
Олександров
21.12.20



Надійшло 4.01.2021 р.