

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Атласюк Олени Миколаївни
”Одновимірні фредгольмові крайові задачі з параметром”,
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 111 — Математика

Актуальність теми. Дослідження крайових задач для систем диференціальних рівнянь є суттєвим етапом розв’язування багатьох задач сучасного аналізу та його застосувань. Важливі результати з цієї тематики отримано І. І. Гіхманом, С. Г. Крейном, Я. Курцвейлем, А. М. Самойленком, А. Ю. Левіним, І. Т. Кігурадзе, В. А. Михайлецем та іншими математиками. Саме недостатньо вивченим раніше, актуальним питанням дослідження крайових задач для лінійних систем диференціальних рівнянь довільного порядку у просторах Соболева $(W_p^n)^m := W_p^n([a, b], \mathbb{C}^m)$, $1 \leq p \leq \infty$, присвячена дисертаційна робота О. М. Атласюк.

Основні наукові результати роботи. Дисертаційна робота О. М. Атласюк складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел, одного додатку і переліку умовних позначень. Також вона містить анотації українською та англійською мовами. У вступі обґрунтовується актуальність теми дослідження, наукова новизна та теоретичне і практичне значення отриманих результатів. Також висвітлено особистий внесок здобувача та апробацію результатів дисертації.

У першому розділі наведено огляд літератури за темою дисертації, а також вказані основні напрями досліджень.

У другому розділі досліджено крайові задачі та багатоточкові крайові задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку

$$Ly(t) := y'(t) + A(t)y(t) = f(t), \quad t \in (a, b), \quad (1)$$

де матриця-функція A належить простору $(W_p^{n-1})^{m \times m}$, вектор-функція f — простору $(W_p^{n-1})^m$, а шуканий розв'язок y — простору $(W_p^n)^m$. Доведено, що розв'язки системи (1) заповнюють весь простір $(W_p^n)^m$, коли f пробігає $(W_p^{n-1})^m$. У цьому сенсі крайову умову

$$By = c, \quad (2)$$

де $c \in \mathbb{C}^l$, $B: (W_p^n)^m \rightarrow \mathbb{C}^l$ — лінійний обмежений оператор, можна вважати найбільш загальною для системи (1). Вона охоплює як класичні, так і низку неklasичних крайових умов (зокрема, може містити похідні цілого та дробового порядку α , $0 \leq \alpha \leq n$).

Основними результатами другого розділу є теорема 2. 2 про фредгольмовість оператора (L, B) , теорема 2. 6, яка містить критерій неперервності розв'язків крайових задач вигляду (1, 2) за параметром, а також теореми 2. 8, 2. 9 про неперервну залежність розв'язків багатоточкової крайової задачі для системи (1) від параметра (для $p = \infty$ і $1 \leq p < \infty$ відповідно) у випадку, коли кількість та розташування точок, які фігурують у крайових умовах, залежить, взагалі кажучи, від параметра.

У третьому розділі отримано результати, аналогічні до наведених у теоремах 2. 2, 2. 6, для систем лінійних диференціальних рівнянь довільного порядку (теореми 3. 1 і 3. 3), а також встановлено критерій сильної збіжності послідовності операторів, які відповідають крайовим задачам для такої системи (теорема 3. 6) та рівномірної збіжності (теорема 3. 7) і досліджено питання про зв'язок таких операторів із характеристичними матрицями відповідних крайових задач.

Наукова новизна одержаних результатів. У дисертації О. М. Атласюк вперше одержано такі результати:

- доведено, що крайовій задачі загального вигляду для системи m диференціальних рівнянь r -го порядку, що розглядається у просторі Соболева $(W_p^{n+r})^m$, відповідає фредгольмів оператор з індексом $mr - l$, що діє з $(W_p^{n+r})^m$ в $(W_p^n)^m \times \mathbb{C}^l$, причому вимірності ядра і коядра цього операто-

ра дорівнюють відповідно вимірностям ядра і коядра характеристичної матриці крайової задачі;

- для таких крайових задач, залежних від параметра, отримано конструктивний критерій неперервності розв'язків за параметром;
- для послідовності операторів, що відповідають таким крайовим задачам, встановлено критерії сильної і рівномірної збіжності;
- знайдено достатні умови напівнеперервності зверху вимірностей ядра і коядра оператора такої крайової задачі;
- встановлено достатні умови неперервності за параметром розв'язків багатоточкових лінійних крайових задач для систем диференціальних рівнянь першого порядку у просторі $(W_p^n)^m$ окремо для $p = \infty$ і $1 \leq p < \infty$.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів. Робота має теоретичний характер. Її результати та розроблені методи доповнюють теорію одновимірних фредгольмових крайових задач і можуть бути використані при дослідженні практичних інженерних задач.

Усі результати, що виносяться на захист, є новими, математично обґрунтованими. Висновки відповідають змісту дисертації.

Результати дисертаційної роботи О. М. Атласюк з достатньою повнотою опубліковані в 5 статтях у наукових виданнях, що входять до переліку фахових видань за спеціальністю 111 — Математика, 3 з яких у журналах, що входять до категорії А, а їхні переклади до наукометричної бази Scopus, та 8 тезах наукових конференцій. Дисертація відповідає встановленим вимогам щодо кількості публікацій за темою дисертації у фахових виданнях, а також щодо об'єму та оформлення дисертаційних робіт.

Критичні зауваження і побажання.

1. Варто було б у огляді літератури формулювати означення розв'язку кожної з наведених крайових задач.

2. У формулюванні леми 2. 1 доцільно було б вказати, на якій множині повинна бути диференційовною функція $y: [a, b] \rightarrow \mathbb{C}^m$.
3. Корисно було б навести приклади застосування отриманих результатів.
4. У дисертації зустрічаються окремі описки та мовні помилки (див., наприклад, с. 21, 25, 36, 56, 98, 123).

Висновок. Зазначені зауваження не мають принципового характеру і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації. За актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною і науковою цінністю отриманих результатів дисертаційна робота Атласюк Олени Миколаївни "Одновимірні фредгольмові крайові задачі з параметром" задовольняє вимогам Постанови КМУ від 06.03.2019 р. № 167 "Про проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії" зі змінами, внесеними згідно з Постановою КМУ № 979 від 21.10.2020 р., а її автор — Атласюк Олена Миколаївна — заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 — Математика.

Офіційний опонент,
професор кафедри геометрії,
топології і динамічних систем
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка,
доктор фізико-математичних наук, професор

М. Ф. Городній

ПЛАНС 1 С 1,498
ВЧЕННИЙ СЕРТІФІКАТ НА ДЧ
КАРАУЛОВА Н.В.
12.11.2020

