

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Ольги Володимирівни Несмєлової «Нелінійні крайові задачі не розв'язні відносно похідної», подану на здобуття наукового ступеня доктора фіз.-мат. наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота Несмєлової О.В. «Нелінійні крайові задачі, не розв'язні відносно похідної» присвячена дослідженню питань розв'язності лінійних та слабконелінійних крайових задач. Проблеми побудови конструктивних методів аналізу нелінійних крайових задач, не розв'язних відносно похідної, традиційно займають одне з принципово важливих місць в теорії диференціальних рівнянь. Це обумовлено насамперед важливістю практичного застосування теорії крайових задач, не розв'язаних відносно похідної, які являють собою математичні моделі в теорії нелінійних коливань, теорії стійкості руху, теорії керування, ряду радіотехнічних, механічних та біологічних задач. Характерним прикладом нелінійних крайових задач, не розв'язаних відносно похідної, є задача про знаходження траєкторії руху супутника, поставлена в свій час науковим консультантом дисертантки А.М. Самойленком. Диференціальне рівняння, яке визначає траєкторію руху супутника, може бути розв'язане відносно похідної, але отримана нелінійність виявляється не інтегрованою. Тому більш перспективне розв'язання періодичної крайової задачі, не розв'язаної відносно похідної, оскільки вихідна нелінійність є інтегрованою.

Систематичне вивчення нелінійних крайових задач започатковано в 30-ті роки ХХ сторіччя М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим. Дослідження М.М. Крилова та М.М. Боголюбова були продовжені в роботах Ю.О. Митропольського, А.М. Самойленка, а також О.А. Бойчука, котрими були знайдені необхідні і достатні умови існування розв'язків нелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь в різноманітних критичних та некритичних випадках, а також конструкції оператора Гріна задачі Коші та оператора Гріна. Отримані необхідні і достатні умови існування розв'язків лінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь у критичних випадках були перенесені на лінійні диференціально-алгебраїчні крайові задачі у відомих монографіях S. Campbell, J.R. Magnus, А.М. Самойленка та В.П. Яковця. У роботах А.М. Самойленка та О.А. Бойчука з використанням центральної канонічної форми отримані необхідні і достатні умови існування розв'язків нелінійних диференціально-алгебраїчних крайових задач. Пізніше Чуйком С.М. отримані необхідні і достатні умови існування розв'язків лінійних диференціально-алгебраїчних систем без використання центральної канонічної форми, що дало змогу досліджувати розв'язність диференціально-алгебраїчних крайових задач у залежності від довільних функцій.

Таким чином, у другому розділі дисертаційної роботи Несмелової О.В. започатковане дослідження умови існування розв'язків нелінійних диференціально-алгебраїчних систем без використання центральної канонічної форми з урахуванням залежності від довільних функцій. Такий підхід значно урізноманітнює класифікацію нелінійних диференціально-алгебраїчних крайових задач у критичних випадках.

Постановки слабконелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь, досліджені у третьому розділі дисертаційної роботи Несмелової О.В., узагальнюють крайові задачі, досліджені в роботах Ю.О. Митропольського, А.М. Самойленка, а також О.А. Бойчука. Специфікою такого роду задач є те, що на відміну від аналогічних задач у некритичних випадках, у третьому розділі дисертаційної роботи Несмелової О.В. досліджені нелінійні крайові задачі у більш складних критичних випадках. Отримані необхідні і достатні умови існування розв'язків нелінійних крайових задач передбачають залежність розв'язків рівняння для породжуючих констант від малого параметру.

Для знаходження розв'язків нелінійних крайових задач у дисертаційній роботі на основі модифікації класичного методу Ньютона-Канторовича побудовані ітераційні схеми із квадратичною збіжністю. Суттєвою перевагою такого підходу є зручність модифікованого методу Ньютона-Канторовича для оцінки області збіжності побудованих ітераційних схем.

Дисертаційна робота складається зі змісту, вступу, чотирьох розділів, висновку та списку використаних джерел. В дисертації одержано такі нові результати:

- побудовано вдосконалену класифікацію нелінійних диференціально-алгебраїчних крайових задач. Знайдено конструктивні умови розв'язності та схему побудови розв'язків нелінійних диференціально-алгебраїчних крайових задач, зокрема, у випадку параметричного резонансу;
- побудовано збіжні ітераційні схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійних диференціально-алгебраїчних крайових задач;
- знайдено конструктивні необхідні та достатні умови розв'язності та схему побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі у випадку параметричного резонансу;
- побудовано збіжні ітераційні схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь у випадку параметричного резонансу;
- знайдено конструктивні умови розв'язності та схему побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі у випадку кратних розв'язків рівняння для породжувачих констант. Побудовано збіжні ітераційні схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь у випадку кратних розв'язків рівняння для породжувачих констант;

– доведено теорему про факторизацію розв’язків напівлінійних рівнянь дивергентного виду з вимірними коефіцієнтами у вигляді композиції розв’язку асоційованого квазілінійного рівняння Пуассона і належного квазіконформного відображення.

– отримано умови існування неперервних розв’язків задачі Діріхле для квазілінійного рівняння Пуассона з довільними неперервними граничними даними. Отримано умови існування розв’язків задачі Діріхле для напівлінійних рівнянь дивергентного виду з вимірними коефіцієнтами при неперервних крайових умовах в довільних областях з невиродженими граничними компонентами.

Основні результати викладені в 30 наукових публікаціях, надрукованих у таких журналах як Journal of Mathematical Sciences, Ukrainian Mathematical Journal, Complex Variables and Elliptic Equations, Analysis and Mathematical Physics, Нелінійні коливання, Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: математика і інформатика, Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія «Математика, прикладна математика і механіка», Праці Інституту прикладної математики і механіки НАН України, Доповіді Національної академії наук України та 24 тезах міжнародних наукових конференцій.

Як і кожна дисертація, робота Несмелової О.В. містить певні недоліки. У вигляді зауважень та побажань до роботи маю зазначити наступне.

1. У перших трьох розділах дисертації вимагається неперервність матриці $A(t)$ та функції $f(t)$ лінійної частини системи диференціальних рівнянь досліджуваних крайових задач; це обмеження можна суттєво послабити, наприклад, до вимоги інтегровності.

2. Доцільно дослідити нелінійні крайові задачі для диференціально-алгебраїчних рівнянь із імпульсним впливом. Весь необхідний апарат у дисертації розроблений.

3. Для знаходження розв’язків лінійних алгебраїчних рівнянь у дисертації використовуються псевдообернені (за Муром – Пенроузом матриці), в той же час у більшості випадків достатньо напівобернених матриць.

4. У третьому розділі дисертації (пункт 3.2.5) суттєво використовується ітеративний метод, оснований на схемі найменших квадратів, тому доцільно було б посилання на монографію М.С. Курпеля (Курпель Н.С. Проекционно-итеративные методы решения операторных уравнений. Киев.: Наук. думка, 1968), який розробив більш загальний проекційно-ітеративний метод, оснований на мінімізації норми нев’язки.

5. У першому розділі вимоги (1.2), (1.8), (1.14), (1.21) можна суттєво послабити, оскільки далі зазначено, що матриці $A(t)$, $A_1(t)$, $A_2(t)$, ..., $A_{k+1}(t)$ – матриці сталого рангу, тому вимоги неперервності матриць $A(t)B(t)$, $A_1^+(t)B_1(t)$, ..., $A_{k+1}^+(t)B_{k+1}(t)$ та стовпців $A^+(t)f(t)$, $A_1^+(t)f_1(t)$, ..., $A_{k+1}^+(t)f_{k+1}(t)$ зайві,

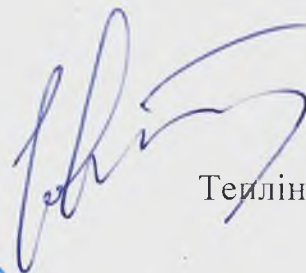
оскільки, як довів В.Ф. Чистяков у монографії [268] матриці $A^+(t), A_1^+(t), A_2^+(t), \dots, A_{k+1}^+(t)$ неперервні.

Ці зауваження, тим не менше, не знижують наукової та практичної цінності дисертації і повинні сприйматись як технічний недолік в оформленні виконаних досліджень. Результати роботи науково обґрунтовані та супроводжуються повними докладними доведеннями. Отримані результати лежать в руслі досліджень, що проводились в Інституті прикладної математики і механіки НАН України та ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет» згідно з відповідними планами науково-дослідних робіт. Основні результати дисертації мають теоретичну спрямованість і можуть бути використані при дослідженні умов існування та побудові розв'язків різноманітних задач в економіці, техніці та біології. Крім того, основні результати, одержані автором, доцільно застосувати при викладанні спецкурсів з теорії нелінійних коливань для студентів фізико-математичних спеціальностей університетів.

Відзначу, що дисертаційна робота присвячена дослідженню актуальних і важливих питань в галузі теорії крайових задач і є завершеною науковою працею. Одержані в ній результати є новими, строго науково обґрунтованими і в сукупності вирішують актуальну наукову проблему знаходження розв'язків різноманітних нелінійних крайових задач, не розв'язаних відносно похідної, зокрема диференціально-алгебраїчних крайових задач. Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота «Нелінійні крайові задачі, не розв'язні відносно похідної» задовольняє вимогам п. 9, 10, 12, 13, 14 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 зі змінами), а її автор Ольга Володимирівна Несмелова заслуговує присудження їй ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Професор кафедри математики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, доктор фіз.-мат. наук, професор



Теплінський Ю. В.



Підпис засвідчую *Мешчак О.В.*
(прізвище)
Начальник відділу кадрів
О.І.Оліник
(підпис) І.І.Оліник