

**ВІДГУК**

офіційного опонента на дисертаційну роботу

**Майко Наталії Валентинівни**

«Вагові оцінки точності функціонально-дискретних методів розв'язування крайових задач», представлену на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика

Точність наближених методів є одним з найважливіших питань як теорії, так і практики чисельного аналізу. Кількісною характеристикою точності методу зазвичай є оцінка похибки з певним параметром дискретизації (таким параметром може слугувати крок сітки, характерний розмір сіткової області, кількість доданків частинної суми нескінченного ряду та ін.). Водночас і з теоретичної, і з практичної точки зору становить значний інтерес врахування в такій оцінці впливу інших факторів, наприклад, близькості точки до межі області і/або гладкості вхідних даних задачі. Дисертаційне дослідження Н. В. Майко присвячене цій проблематиці, а тому, на мою думку, тема дисертації є актуальною, важливою і цікавою.

У дисертації одержано нові вагові оцінки точності скінченно-різницевих схем для стаціонарних і нестаціонарних рівнянь, сіткових схем для розв'язування рівнянь з дробовими похідними та методу перетворення Келі для розв'язування абстрактних рівнянь у гільбертовому і банаховому просторах. Дисертантка використовує вагові функції, які характеризують (залежно від задачі) відстань точки проміжку до його кінців або відстань точки канонічної області до її граней, ребер і вершин. Цілком природно вважати, що вагові оцінки з такими ваговими функціями відображають вплив початкових і крайових умов на точність наближеного розв'язку. Окрім врахування зазначеного початково-крайового ефекту, деякі з одержаних дисертанткою оцінок демонструють автоматичну залежність швидкості збіжності методу від гладкості вхідних даних задачі. Так, скінченній гладкості вхідних даних відповідає степенева швидкість збіжності методу перетворення Келі, нескінченній гладкості – експоненціальна швидкість збіжності. Методи з такою властивістю відомі в літературі як методи без насичення точності. Таким чином, побудовані в дисертації Н. В. Майко методи та одержані нею вагові оцінки їх точності відповідають сучасним вимогам чисельного аналізу.

Зупинимося детальніше на структурі, змісті та обсязі дисертації. Основна її частина складається зі вступу, п'яти розділів та висновків. П'ять розділів поділені на 18 підрозділів. Основну частину викладено на 291 сторінці. На початку дисертації наведено анотації (українською та англійською мовами) та список умовних позначень, а наприкінці – список використаної літератури, який налічує 262 джерела, та один додаток зі списком публікацій дисертантки за темою дослідження. Загальний обсяг дисертації становить 339 сторінок.

У вступі подано загальну характеристику роботи, а саме: обґрунтовано актуальність теми дисертації та вказано на її зв'язок з науковими темами відділу обчислювальної математики Інституту математики НАН України; визначено об'єкт, предмет, мету і завдання дослідження; перелічено використані методи та елементи теорії; зазначено теоретичне і практичне значення одержаних результатів; охарактеризовано особистий внесок дисертантки, повноту викладу матеріалу в опублікованих працях та рівень його апробації.

Перший розділ дисертації складається з трьох підрозділів і містить огляд літератури за темою дослідження. Слід зазначити, що дисертанткою опрацьовано значну кількість джерел, серед яких є чимало найновіших публікацій декількох останніх років. В усіх підрозділах цього розділу дисертантка чітко окреслює, заповненню яких пробілів присвячено її дослідження.

У другому розділі дисертації вивчається точність методу скінченних різниць для розв'язування стаціонарних і нестаціонарних рівнянь поблизу тієї частини межі просторово-часової області, де задано крайову умову Діріхле або початкову умову. Доведені тут теореми доповнюють результати В. Л. Макарова, Є. Ф. Галби, а також результати, одержані в кандидатській дисертації Л. І. Демківа (науковий керівник – акад. НАНУ В. Л. Макаров). Цей розділ складається з шести підрозділів. У перших трьох підрозділах одержано вагові оцінки точності традиційних різницевих схем для рівняння Пуассона в прямокутнику. В останніх трьох підрозділах досліджено крайовий і початковий ефекти для різницевих апроксимацій одно- і двовимірного рівняння теплопровідності. На мою думку, дисертантка продемонструвала високу техніку володіння різноманітним математичним апаратом (зокрема, використано різницеву функцію Гріна, спектральні різницеві задачі, інтегральне представлення похибки апроксимації, лему Брембла–Гільберта).

Третій розділ дисертації складається з п'яти підрозділів і містить нові важливі результати для точних і наближених розв'язків диференціальних рівнянь

з дробовими похідними порядку  $\alpha \in (0,1)$ . Тут одержано вагові оцінки точності сіткових апроксимацій цих рівнянь з урахуванням відстані точки до кінців проміжку або сторін прямокутника. У перших трьох підрозділах вивчається крайова задача з однорідною умовою Діріхле для ЗДР як зі сталими, так і змінними коефіцієнтами. Теоретичні результати проілюстровано чисельним прикладом. Четвертий підрозділ присвячений двовимірному рівнянню Пуассона з дробовою похідною щодо змінної  $x$ . У п'ятому підрозділі вивчається задача Гурса для рівняння зі змінними коефіцієнтами та дробовими похідними щодо обох змінних  $x$  і  $y$ . На мою думку, зведення диференціальної задачі до інтегрального рівняння з наступною його дискретизацією є продуктивним і перспективним підходом.

У четвертому розділі дисертації досліджено точність наближених розв'язків абстрактної задачі Коші, одержаних за допомогою методу перетворення Келі. Цей розділ складається з двох підрозділів. У першому підрозділі доведено непокрашувані або майже непокрашувані оцінки точності методу в інтегральній нормі з ваговою функцією для диференціального рівняння 1-го порядку в гільбертовому просторі. Доведені теореми доповнюють результати, одержані В. Л. Макаровим; В. Б. Василюком, В. Л. Рябічевим. Другий підрозділ містить чисельний приклад, який ілюструє застосування методу перетворення Келі для розв'язування еволюційного рівняння зі змінним оператором.

П'ятий розділ складається з двох підрозділів і містить низку нових результатів щодо точності методу перетворення Келі для розв'язування абстрактної крайової задачі. У першому підрозділі одержано вагові оцінки для точного і наближеного розв'язків неоднорідного диференціального рівняння в гільбертовому просторі. Вагова функція характеризує відстань точки  $x$  проміжку  $x \in (0,1)$  до його кінців. Тут використано значний аналітичний апарат: функцію Гріна, тригонометричний ряд Фур'є, поліноми Майкснера, невластний інтеграл Данфорда–Коші та ін. У другому підрозділі ці результати узагальнено на випадок банахового простору. Важливо зазначити, що запропоновані в цьому розділі методи є методами без насичення точності.

Основні результати дисертації оформлені у вигляді теорем, лем, наслідків і зауважень. Доведення всіх тверджень достатньо повні, ретельні й акуратні. Наслідки і зауваження мають належну аргументацію. Посилання на дослідження інших авторів коректні.

Матеріал дисертації викладено чітко та послідовно. Дисертацію написано грамотною державною мовою. Оформлення тексту і формул справляє хороше враження. Автореферат правильно відображає структуру, зміст та основні результати дисертації.

Позитивно оцінюючи здобутки дисертантки, вважаю за потрібне висловити наступні зауваження і побажання.

1. Доцільно було б довести теорему про коефіцієнтну стійкість сіткової схеми (3.68). Це дозволило б оцінити повну похибку при її реалізації.

2. Для просторів, норм і півнорм в одновимірному випадку бажано скрізь послідовно використовувати однакові позначення. У дисертації паралельно трапляються записи  $L_2(\Omega)$  і  $L_2(0,1)$ ,  $H^2(\Omega)$  і  $H^2(0,1)$  (див., напр., теорему 3.14).

3. На с. 8 автореферату не згадано, що наприкінці дисертації розміщено один додаток з переліком публікацій за темою дисертації.

Слід підкреслити, що ці зауваження не впливають на загальну високу оцінку одержаних у дисертації наукових результатів.

Вважаю, що дисертація Н. В. Майко «Вагові оцінки точності функціонально-дискретних методів розв'язування крайових задач» містить нові важливі наукові результати з чисельного аналізу, відповідає всім вимогам пп. 9, 10, 12, 13, 14 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами) щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук, а її автор Майко Наталія Валентинівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,

провідний науковий співробітник

Інституту прикладних проблем механіки і математики

імені Я. С. Підстригача НАН України



М. В. Кутнів

