

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Майко Наталії Валентинівни «Вагові оцінки точності функціонально-дискретних
методів розв'язування крайових задач», представлену на здобуття наукового
ступеня доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика

Математичні моделі багатьох процесів і явищ у природничих і суспільних науках можна записати у вигляді крайових і початково-крайових задач для диференціальних рівнянь з похідними цілого і нецілого порядків. Точні розв'язки таких задач можна знайти лише в окремих випадках. Тому дослідження відомих та побудова нових наближених методів є важливим та актуальним питанням як теорії, так і практики чисельного аналізу.

Ключовим моментом в дисертаційній роботі є одержання нових вагових апіорних оцінок, які у певних сіткових нормах допускають цікаву і корисну інтерпретацію – врахування впливу крайової і початкової умов на точність наближеного розв'язку. Важливо, що цей вплив полягає у збільшенні точності методу поблизу межі просторової або просторово-часової області (порівняно з точністю далі від межі). Припущенням про наявність такого впливу зумовлений вибір певних вагових функцій, які систематично використовуються в дисертації і характеризують відстань точки до межі області. Такий підхід і розроблена в дисертації методологія одержання зазначених вагових оцінок, на мою думку, можуть бути з успіхом перенесені на інші типи рівнянь, крайових умов та сіток. Це свідчить про перспективність теми дослідження та можливість побудови нових ефективних алгоритмів.

Дисертація Н. В. Майко являє собою цілісне дослідження, в якому з єдиної точки зору вивчаються на перший погляд різні наближені методи розв'язування крайових задач, а саме: різницеві схеми для еліптичних та параболічних рівнянь, сіткові схеми для рівнянь з похідними нецілого порядку, метод перетворення Келі для абстрактних рівнянь у гільбертовому і банаховому просторах. Таке цілісне сприйняття складається завдяки чіткій концепції, внутрішній єдності окремих розділів та вдалій структурі дисертації.

Основна частина дисертація складається із вступу, п'яти розділів і висновків. У вступі подано загальну характеристику дослідження. Перший розділ є традиційним і містить огляд літератури за темою дисертації.

У другому розділі дисертації досліджено крайовий і початковий ефекти для різницевої апроксимації рівняння Пуассона і рівняння теплопровідності в

прямокутнику з різними типами крайових умов. Результати цього розділу продовжують дослідження, розпочаті в роботах В. Л. Макарова та розвинуті в роботах В. Л. Макарова і Л. І. Демківа. Слід зазначити, що схожій тематиці присвячені також дослідження Є. Ф. Галби, які були опубліковані в збірнику праць Інституту кібернетики НАНУ імені В. М. Глушкова і не були відомі широкому загалу науковців.

Третій розділ дисертації є інформаційно насиченим і містить результати дослідження сіткових апроксимацій цілої низки диференціальних рівнянь з похідними порядку $\alpha \in (0,1)$, а саме: першої крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь зі сталими та змінними коефіцієнтами, першої крайової задачі для рівняння Пуассона та задачі Гурса зі змінними коефіцієнтами. Певна вагова функція в оцінках похибки відображає вплив крайової умови на точність наближених розв'язків. Важливо зазначити, що побудова і дослідження ефективних наближених методів розв'язування таких задач є актуальним питанням відповідної області чисельного аналізу, яка бурхливо розвивається.

У четвертому розділі дисертації одержано нові оцінки точності методу перетворення Келі для розв'язування абстрактної задачі Коші в гільбертовому і банаховому просторах. Ці результати доповнені оберненими теоремами наближення для операторної експоненти та операторного косинуса.

П'ятий розділ дисертації включає цілу низку результатів щодо точності методу перетворення Келі для абстрактного диференціального рівняння 2-го порядку. Тут вивчаються точні та наближені розв'язки крайових задач з різними припущеннями про гладкість вхідних даних. В одержаних дисертанткою вагових оцінках відображено вплив цих припущень на швидкість збіжності методу (степеневу або експоненціальну).

Основні результати та висновки дисертаційної роботи є нові і полягають в наступному.

Знайдено вагові апріорні оцінки точності різницевого схем для двовимірного рівняння Пуассона в канонічних областях для різних випадків крайових умов з урахуванням впливу крайової умови Діріхле.

Одержано вагові апріорні оцінки точності різницевого схем для одно- і двовимірного рівняння теплопровідності в канонічних областях для різних випадків крайових умов з урахуванням початково-крайового ефекту.

Для звичайного диференціального рівняння 2-го порядку з дробовою похідною у випадку як сталих, так і змінних коефіцієнтів побудовано сіткові схеми та одержано вагові апріорні оцінки похибки в різних сіткових нормах з урахуванням крайового ефекту.

Для двовимірного рівняння Пуассона з дробовою похідною в одиничному квадраті побудовано сіткові схеми першого і другого порядків апроксимації та доведено вагові апріорні оцінки похибки в рівномірній дискретній нормі з урахуванням впливу крайової умови Діріхле.

Одержано оцінки розв'язку задачі Гурса для диференціального рівняння з дробовими похідними і змінними коефіцієнтами в різних функціональних просторах. Побудовано сіткову схему, для похибки якої одержано ряд оцінок у певних дискретних нормах. Вагова функція в оцінках точного і наближеного розв'язків характеризує відстань точки до двох суміжних сторін прямокутника, де задано додаткові умови.

Для диференціального рівняння 1-го порядку із щільно заданим логарифмічно секторіальним оператором у банаховому просторі за допомогою методу перетворення Келі одержано зображення точного розв'язку у вигляді ряду, побудовано наближений розв'язок та доведено оцінку його точності, яка автоматично залежить від гладкості початкового вектора.

Для неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку з однорідними крайовими умовами Діріхле і самоспряженим додатно визначеним оператором у гільбертовому просторі побудовано наближені розв'язки та знайдено вагові апріорні оцінки, які враховують вплив крайової умови Діріхле і свідчать про степеневу та експоненціальну швидкість збіжності методу перетворення Келі у випадку скінченної і нескінченної гладкості правої частини рівняння.

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів, отриманих у дисертації, забезпечується математичною коректністю постановок задач та строгими ретельними теоретичними викладками доведених тверджень (теорем та лем), а також результатами числових експериментів. Слід зазначити, що у дисертації використано значний математичний апарат: елементи теорії різницевого схем, методи функціонального аналізу, елементи теорії лінійних необмежених операторів у гільбертовому і банаховому просторах, елементи теорії диференціальних рівнянь зі звичайними та частинними похідними цілого і нецілого порядків, елементи теорії інтегральних рівнянь.

Основні наукові результати дисертації повною мірою викладено в 17 статтях, що з урахуванням класифікації SCImago Journal & Country Rank становить 40 публікацій, зокрема: 11 статей опубліковано у виданнях, які належать до квартиля Q2, одна стаття - до квартиля Q3; 14 статей опубліковано в журналах, внесених до переліку фахових видань з фізико-математичних наук, 12 статей - у виданнях, внесених до наукометричних баз даних Scopus і Web of Science та матеріалах міжнародних наукових конференцій.

Дисертацію оформлено згідно вимог МОН України. Основні положення дисертації повністю відображені в авторефераті

Позитивно оцінюючи науковий рівень одержаних дисертанткою результатів, вважаю за потрібне висловити наступні зауваження і побажання.

1. У деяких задачах науки і техніки для наближеного розв'язування диференціальних рівнянь природним є використання шестикутних, а не прямокутних сіток. Одна з переваг таких сіток, наприклад, для рівняння Пуассона полягає в тому, що 4-й порядок апроксимації різницевої схеми одержується на семиточковому шаблоні, тоді як у випадку прямокутної сітки – на дев'ятиточковому. Цікаво було б застосувати запропонований у дисертації підхід для дослідження впливу крайової умови Діріхле на точність наближеного розв'язку квазілінійного рівняння в області, що покривається правильними шестикутниками.

2. У підрозділі 3.2.3 наведено чисельний приклад для ілюстрації сіткового методу розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння з похідною порядку $1/2$ у випадку кусково-сталого інтерполяції. Доцільно було б навести також приклад реалізації сіткової схеми у випадку кусково-лінійної інтерполяції.

3. Дисертантом ретельно досліджено точність наближеного розв'язку з урахуванням початкового і крайового ефекту в одновимірному і двовимірному випадках. Було б доцільно одержати відповідні вагові оцінки і у тривимірному випадку.

Ці зауваження мають здебільшого рекомендаційний характер і не впливають на загальну високу оцінку дисертаційного дослідження.

Вважаю, що дисертація Н. В. Майко «Вагові оцінки точності функціонально-дискретних методів розв'язування крайових задач» є завершеним науковим дослідженням, містить нові вагомні наукові результати з чисельного аналізу, відповідає всім вимогам пп. 9, 10, 12, 13, 14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року № 567 (зі змінами), які висуваються до дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук, а її автор Майко Наталія Валентинівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальності 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент

заступник директора Інституту кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України,
член-кор. НАН України, доктор фіз.-мат. наук,
професор



О. М. Хіміч