

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Майко Наталії Валентинівни

”Вагові оцінки точності функціонально-дискретних методів розв'язування крайових задач”, представлену на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика

Дослідження відомих і побудова нових наближених методів розв'язування початково-крайових задач є (і було) актуальною проблемою чисельного аналізу. Одним із традиційних наближених методів розв'язування диференціальних рівнянь зі звичайними та частинними похідними є метод скінченних різниць. Це зумовлено його універсальністю, порівняно простою реалізацією та наявністю добре розробленої теорії (В. Вазов, Дж. Форсайт, Р. Ріхтмаєр, П. Лакс, А. Тихонов, О. Самарський, В. Томе, В. Макаров, Р. Лазаров, П. Вабіщевич та багато інших). Водночас огляд публікацій демонструє, що незважаючи на значні досягнення і велику кількість глибоких результатів, у теорії різницевої схем є малодосліджені питання. Одне із них – кількісна характеристика впливу крайової і початкової умов на точність наближеного розв'язку за допомогою належної вагової функції. Це питання є маловивченим і у випадку сіткових методів розв'язування рівнянь з дробовими похідними та наближених методів розв'язування абстрактних диференціальних рівнянь.

Заповненню цих прогалин теорії присвячено дисертаційне дослідження Н. В. Майко. У вступі обґрунтовано актуальності теми дисертації, подано зв'язок роботи з науковими програмами, вказано мету і задачі дослідження, визначено наукову новизну та практичне значення одержаних результатів, описано особистий внесок здобувача, охарактеризовано апробацію роботи та публікації.

Перший розділ дисертації складається з трьох підрозділів і містить огляд літератури за темою дослідження. У першому підрозділі викладено короткий історичний огляд основних досягнень теорії різницевих схем, а також наведено конкретні приклади актуальних задач, які слугують математичними моделями процесів, що вивчаються у різних областях фізики, хімії, біології, екології тощо. У другому підрозділі охарактеризовано сучасний стан розвитку однієї з областей чисельного аналізу, що бурхливо розвивається, – наближених методів розв'язування диференціальних рівнянь з дробовими похідними. Дисертантка наводить чимало прикладів дискретизації таких задач, а також відомі результати щодо точності цих дискретних аналогів. Третій підрозділ присвячено огляду публікацій, у яких вивчається метод перетворення Келі для розв'язування абстрактних диференціальних рівнянь з необмеженим операторним коефіцієнтом у гільбертовому і банаховому просторах, точніше: задачі Коші для диференціальних рівнянь 1-го і 2-го порядків та крайової задачі для диференціального рівняння 2-го порядку.

У другому розділі продовжені дослідження В. Л. Макарова і Л. І. Демківа з вивчення крайового і початкового ефектів для стаціонарних і нестаціонарних задач. Дисертанткою одержані нові вагові апріорні оцінки точності традиційних (неекзотичних) різницевих схем для двовимірного рівняння Пуассона та одно- і двовимірного рівняння теплопровідності в канонічних областях для різних типів крайових умов з урахуванням впливу крайових і початкових умов. Для деяких із розглянутих задач застосовано два підходи: метод функції Гріна та теорему порівняння.

Третій розділ дисертації Н. В. Майко присвячений актуальній і важливій області обчислювальної математики – наближеним методам розв'язування рівнянь з дробовими похідними. Тут доведено цілу низку теорем і для вихідних задач, і для їх дискретних аналогів. Наприклад, для звичайного диференціального рівняння 2-го порядку з дробовою похідною у випадку як сталих, так і змінних коефіцієнтів знайдено ряд достатніх умов про належність розв'язку певним функціональним просторам та одержано вагові

оцінки, які враховують вплив крайової умови Діріхле. Для наближеного розв'язування цієї задачі побудовано різницеві схеми та одержано вагові апріорні оцінки похибки в різних сіткових нормах з урахуванням крайового ефекту. У цьому ж розділі вивчається перша крайова задача для рівняння Пуассона з дробовою похідною в одиничному квадраті. Спочатку одержано вагову оцінку розв'язку в рівномірній нормі з ваговою функцією, яка враховує відстань точки до межі області, а потім побудовано сіткові схеми та одержано вагові апріорні оцінки похибки в рівномірній дискретній нормі з урахуванням впливу крайової умови Діріхле. Далі в цьому розділі розглянуто задачу Гурса з дробовими похідними і змінними коефіцієнтами. Для її розв'язку одержано вагові оцінки в різних функціональних просторах. Окрім того, побудовано сіткову схему, для похибки якої одержано ряд вагових оцінок у певних дискретних нормах. Слід зазначити, що доведення більшості теорем цього розділу потребує значної технічної майстерності.

У четвертому і п'ятому розділах дисертації продовжено дослідження методу перетворення Келі, запропонованого в роботах Д. З. Арова, І. П. Гаврилюка, В. Л. Макарова та розвинутого в працях В. Б. Василика, В. Л. Рябічева та інших. Так, у четвертому розділі вивчається метод перетворення Келі для диференціального рівняння 1-го порядку із самоспряженим додатно визначеним оператором. Тут розглянуто випадок скінченної і нескінченної гладкості початкового вектора та доведено відповідно степеневу (майже непокращувану) й експоненціальну (непокращувану) оцінки його точності. Застосування теорії проілюстровано чисельним прикладом. Ці результати доповнено двома оберненими теоремами наближення для операторних експоненти і косинуса, а також дослідженням методу перетворення Келі для диференціального рівняння 1-го порядку з логарифмічно секторіальним оператором у банаховому просторі.

П'ятий розділ дисертації Н. В. Майко починається з вивчення методу перетворення Келі для неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку з однорідними крайовими умовами Діріхле і самоспряженим

додатно визначеним оператором у гільбертовому просторі. Спочатку одержано вагові оцінки для точного розв'язку з урахуванням впливу крайової умови та припущень про гладкість правої частини рівняння. Потім побудовано наближений розв'язок та одержано вагові оцінки його точності, які теж враховують вплив крайової умови Діріхле та свідчать про степеневу або експоненціальну швидкість збіжності методу залежно від скінченної або нескінченної гладкості вхідних даних. Далі ці результати узагальнено на випадок однорідного і неоднорідного рівнянь із сильно позитивним оператором у банаховому просторі з відповідно неоднорідними та однорідними крайовими умовами Діріхле. Зазначимо, що в обох розділах швидкість збіжності методу перетворення Келі автоматично залежить від гладкості вхідних даних, а отже, цей метод є методом без насичення точності в сенсі К. І. Бабенка.

Основні наукові положення та висновки дисертаційної роботи повністю обґрунтовано. Їх достовірність базується на строго доведених теоремах і лемах та узгоджується з результатами експериментів. Новизна наукових результатів підтверджується ретельним аналізом попередніх досліджень з тематики дисертаційної роботи та публікаціями в рецензованих наукових виданнях.

Дисертація Майко Наталії Валентинівни “Вагові оцінки точності функціонально-дискретних методів розв'язування крайових задач” є актуальним завершеним самостійним дослідженням, в якому одержано нові строго обґрунтовані наукові результати, що є внеском у теорію і застосування чисельного аналізу.

Зупинюся детальніше на структурі та обсязі дисертації. Основна її частина викладена на 291 сторінці та складається із вступу, п'яти розділів і висновків. На початку дисертації наведено двома мовами (українською та англійською) анотації та ключові слова, а також список умовних позначень. Наприкінці дисертації розміщено список використаних джерел, який складається з 262 найменувань, та один додаток зі списком публікацій

дисертантки за темою дослідження. Дисертація має загальний обсяг 339 сторінок.

Робота оформлена ретельно, акуратно та з урахуванням всіх вимог щодо докторських дисертацій. Автореферат достатньо повно і адекватно відображає основний зміст дисертації.

Основні результати дисертації повністю викладено в 17 статтях, що з урахуванням класифікації SCImago Journal & Country Rank дорівнює 40 публікаціям, зокрема: 3 статті опубліковано у виданнях, які належать до квартиля Q1, 8 статей – до квартиля Q2, одна стаття – до квартиля Q3; 14 статей опубліковано в журналах, внесених до переліку фахових видань з фізико-математичних наук, 12 статей – у виданнях, внесених до наукометричних баз даних Scopus і Web of Science. Результати дисертаційного дослідження пройшли належну апробацію на різних фахових семінарах і наукових конференціях.

Водночас до дисертації є наступні зауваження і побажання.

1. Цікаво було б дослідити крайовий ефект у випадку рівняння Пуассона в криволінійних координатах (зокрема, в циліндричних координатах у випадку осьової симетрії).

2. Перетворення на с. 74–76 для одержання оцінки (2.6) доцільно було б оформити у вигляді самостійної леми.

3. Роздуми на с. 83 про традиційну різницеву схему для задачі (2.1) та коментар на с. 83–84 до теореми 2.1 у випадку неоднорідної умови третього роду доцільно було б подати у вигляді двох зауважень.

4. Перетворення на с. 88–89 для одержання оцінки (2.23) бажано було б оформити у вигляді самостійної леми.

5. Викладки на с. 120–122 для одержання оцінки (2.67) зручніше було б оформити у вигляді самостійної леми.

6. Дослідження функції $f(\rho) = \left(\frac{\rho - \gamma \cos \varphi}{\rho + \gamma \cos \varphi} \right)^s \rho^{-\alpha}$, $\rho \geq \gamma$, $\alpha > 0$, $s > 0$, в доведенні леми 4.1 можна було б винести в окрему лему.

7. При нагадуванні означення сильно позитивного оператора в п.4.14 (див. с. 247) і в п.5.2.1 (див. с. 294) достатньо послатися на означення 1.5 (див. с. 66–67).

Наведені зауваження не знижують загальну високу оцінку дисертаційної роботи Н. В. Майко, її актуальність, наукову новизну та практичну цінність.

Вважаю, що дисертація Н. В. Майко “Вагові оцінки точності функціонально-дискретних методів розв’язування крайових задач” містить нові важливі наукові результати з чисельного аналізу, відповідає всім вимогам пп. 9, 10, 12–14 “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 (зі змінами та доповненнями, внесеними згідно з постановами КМ України № 656 від 19.08.2015, № 567 від 27.07.2017 та наказом МОН України від 12.01.2017) щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук, а її автор Майко Наталія Валентинівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальності 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри обчислювальної математики
та програмування Національного університету
“Львівська політехніка”



І. І. Демків

Підпис засвідчує
Вчений секретар



Р. Б. Брилинський