

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
ВАНЄЄВОЇ Олени Олександрівни
“Групоїди еквівалентності
в задачах групової класифікації”,
представленої на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика

Дослідження симетрій, які допускають системи диференціальні рівняння, є важливим елементом сучасного аналізу моделей математичної фізики. З початкового етапу обґрунтування таких моделей виникає проблема їх узгодженості з фундаментальними симетріями фізики, прикладами яких є інваріантність відносно груп Лоренца чи Галілея. Крім того, симетрії систем диференціальних рівнянь дозволяють будувати широкі сім'ї їх точних розв'язків, знаходити закони збереження тощо. Поєднання класичного апарату групового аналізу із нещодавно запропонованими представниками київської наукової школи симетрійного аналізу поняттями та методами — такими як різні типи нормалізованості класу диференціальних рівнянь, поняття узагальненої розширеної, ефективної узагальненої, калібрувальної та умовної груп еквівалентності, групоїда еквівалентності, регулярних і сингулярних модулів редукції, метод розгалуженого розщеплення, алгебраїчного метода побудови групи еквівалентності тощо — вже показали свою ефективність. Подальший розвиток алгебраїчних технік і методів групового аналізу диференціальних рівнянь та дослідження різноманітних пов'язаних алгебраїчних структур відкриває нові перспективи групового аналізу, особливо для вивчення складних нелінійних систем, і може призвести до принципово нових результатів.

Дисертаційну роботу О.О. Ванєєвої присвячено створенню й обґрун-

туванню нових методів дослідження різних типів симетрій диференціальних рівнянь та важливих класів рівнянь сучасної математичної фізики, а також знаходження точних розв'язків деяких актуальних математичних моделей. Зокрема, із залученням різноманітних алгебраїчних технік у дисертації запропоновано низку нових і ефективних методів групової класифікації класів нелінійних диференціальних рівнянь і обчислення групоїдів еквівалентності таких класів.

Дисертація О.О. Ванеєвої, загальним обсягом у 399 стор., складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, трьох додатків та списку використаних джерел із 344 найменувань.

У вступі визначено мету дисертації та об'єднано її актуальність, обговорено коло розглянутих задач, викладено отримані результати та продемонстровано їх наукову новизну, достатньо глибоко проаналізовано публікації та відзначено особистий внесок автора, а також описано структуру роботи.

У чотирьох розділах викладено основні результати дисертаційного дослідження. Їх досить багато, тому нижче відмічу лише деякі найвагоміші з них.

У роботі вперше формалізовано теорію групоїдів класів диференціальних рівнянь, уведено поняття регулярних і сингулярних розширень лівської симетрії. Розроблено і вперше використано алгебраїчний метод групової класифікації у випадку ненормалізованих класів диференціальних рівнянь.

З використанням розроблених методів та алгоритмів досліджено симетрійні властивості (розширений груповий аналіз) низки нелінійних еволюційних рівнянь другого порядку. Для ненормалізованих класів диференціальних рівнянь побудовано ланцюжок вкладених нормалізованих підкласів, для яких вичерпно описано групоїди еквівалентності.

У роботі виконано розширений груповий аналіз таких важливих з прикладної точки зору класів диференціальних рівнянь як рівняння

Фішера та Ньюела–Вайтхеда–Сегеля зі змінними коефіцієнтами, узагальнених рівнянь Бюргерса, класів узагальнених рівнянь Кортевега–де Фріза третього і п'ятого порядків, Кавахари та багатьох інших.

У висновках дисертації підсумовано і систематизовано основні положення і результати роботи.

Результати дисертації є новими, всі твердження чітко сформульовані і мають детальні доведення, що забезпечує достовірність основних положень та висновків дисертації.

Дисертація відображає глибоке знання авторкою сучасної літератури з групового аналізу диференціальних рівнянь та вміння ефективно використовувати нові методи та алгоритми досліджень у цій області математики.

До дисертації можна зробити декілька зауважень:

1. У тексті є ряд помилок і опісок, пов'язаних з перекладом з англійської на українську.

2. Незважаючи на низку очевидних проблем технічного і теоретичного характеру, методи та результати дисертації доцільно було б розширити на випадок багатомірних рівнянь або навіть систем, хоча б на рівні окремих прикладів, щоб продемонструвати перспективність методів розвинутих у дисертації.

3. Крайовим задачам у дисертації присвячений лише невеличкий параграф. Це звичайно елегантний результат, і такі задачі вже досить давно на порядку денному у групового аналізу, але на жаль, загальних підходів і методів на цей час так і не розвинуто.

Але ці зауваження не впливають на загальне позитивне враження від роботи, а фактично є побажаннями для подальшої роботи.

Загальний висновок: Дисертація О.О. Ванєєвої є актуальним і важливим дослідженням із застосування групового аналізу для дослідження диференціальних рівнянь та рівнянь математичної фізики. Введені дисертанткою поняття, отримані результати, розвинуті мето-

ди та алгоритми мають значні перспективи щодо подальшого їх використання в теорії диференціальних рівнянь, суміжних областях теорії алгебр Лі та для розв'язання різноманітних прикладних задач.

Оформлення дисертації задовольняє всім вимогам, що висуваються до рукописів на здобуття наукових ступенів. Результати повно опубліковані у журнальних публікаціях (зокрема, 14 робіт опубліковано у журналах, що віднесені до кватилів Q1 або Q2 відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank), збірниках наукових праць, багатьох тезах конференцій тощо. Результати дисертації широко відомі спеціалістам і дуже добре цитуються (на вересень 2020 роботи дисертантки зібрали понад 460 цитувань згідно Scopus). Результати дисертації доповідались на багатьох наукових семінарах (зокрема, в університетах Кіпру, Канади, Чехії), а також на низці престижних українських та міжнародних конференціях. Автореферат дисертації вірно і повно відображає зміст роботи.

Враховуючи все сказане вище, вважаю, що дисертація “Групоїди еквівалентності в задачах групової класифікації” містить низку важливих наукових результатів у теорії групового аналізу диференціальних рівнянь, задовольняє вимогам пп. 9, 10, 12, 13, 14 “Порядку присудження наукових ступенів” (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами) щодо докторських дисертацій, а її автор Олена Олександрівна Ванеєва заслуговує на присвоєння наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,

Національний університет “Полтавська політехніка
імені Юрія Кондратюка”,

професор кафедри вищої та прикладної математики

М.І. Серов

