ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук Олійник Богдани Віталіївни на дисертаційну роботу Маслової Юлії Петрівни «Тополого-метрична та фрактальна теорія двоосновного G_2-зображення чисел і її застосування», поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 — алгебра та теорія чисел, 111 — математика.

Вивчення побудови зображення чисел за допомогою певних систем кодування має давню історію, на цю тему є багато публікацій з різних напрямків досліджень в теорії чисел. Це обумовлено численними застосуваннями таких зображень в алгебрі, теорії міри, теорії кодування, символьній динаміці, стохастичних процесах, динамічних системах, тощо.

Перше зображення дійсних чисел послідовностями нулів і одиниць було запропоновано ще у 4 ст. до н.е. Фо Гі. Зображення чисел за допомогою нескінченних послідовностей натуральних чисел також розглядались у 19 сторіччі в роботах Штерна (1858) і Брокота (1861), які, по-суті, розглядали зображення дійсних чисел нескінченними ланцюговими дробами. Ці кодування дійсних чисел вивчались також Пероном (1913), Харді і Райтом (1985), Радемахером (1964), Хенслеєм (2006), та іншими. Системи числення із основою, яка може бути довільним додатнім раціональним числом розглядались Л.С. Еґганом, С.Л. Ванденом Ейндином (1966), ірраціональним числом — Дж.Бергманом (1957) і С.Россеау (1995). Двоосновні і поліосновні системи числення було введено М.В. Працьовитим і Г.М. Торбіним. У 2016-2020 роках вийшла серія робіт американського математика С.Кака присвячених застосуванню різних систем числення до задач в комп'ютерних науках, зокрема в мережних технологіях. Оскільки дисертаційна робота Ю. П. Маслової присвячена дослідженню властивостей зображень чисел, що ґрунтуються на двосимвольних системах кодування, то все вище сказане служить обґрунтуванням актуальності її проблематики.

Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, розбитих на 36 параграфів, висновків, списку умовних позначень та списків використаних джерел і публікацій автора.

В першому розділі дисертаційної роботи наведено необхідні означення і зроблено огляд відомих результатів, що стосуються Q_S^*-зображення дійсних чисел, які пов'язані з дослідженнями автора.

Другий розділ є центральним в дисертаційній роботі. В ньому побудовано аналітичну систему кодування, що називається G_2-зображенням чисел, відрізку $[0, g_0]$ над алфавітом $\{0, 1\}$ із двома різнознаковими основами $g_0 \in (0, 1)$ і $g_1 = g_0 - 1$. Доведено існування G_2-зображенням чисел, відрізку $[0, g_0]$ для довільного дійсного числа $x \in [0, g_0]$. Показано, що довільному дійсному числу $x \in [0, g_0]$ відповідає або одне зображення, або два. Повністю охарактеризовані всі числа, яким відповідає два зображення. Описано всі циліндричні множини для G_2-зображенням чисел, відрізку $[0, g_0]$. Охарактеризовано оператори лівостороннього і правостороннього зсувів, при цьому доведено, що оператор лівостороннього зсуву G_2-зображення є неперервною функцією. Доведено, що множина всіх чисел, які мають однаковий хвіст G_2-зображення є зліченною і всюди щільною у $[0, g_0]$. Також доведено, що інвенсор I G_2-зображення чисел є ніде не монотонною неперервною за множиною G_2-унарних точок відрізка $[0, g_0]$.

Третій розділ роботи присвячено побудові узагальнень функцій Радемахера та Уолша, які ґрунтуються на Q_2-зображенні дійсних чисел. Це зображення є узагальненням класичного двійкового зображення чисел інтервалу $[0, 1]$. Описано інтегральні властивості введених функцій, зокрема доведено, що система функцій Радемахера є ортогональною, а для узагальненних функцій Уолша доведено певні інтегральні властивості для циліндричних множин. Розглянуто трійковий аналог функції Радемахера, що ґрунтується на класичному трійковому зображенні чисел, а також його узагальнення на основі Q_3-зображення дійсних чисел відрізка $[0, 1]$.

В четвертому розділі дисертаційної роботи використовуючи несамоподібне s-символьне зображення дійсних чисел відрізка $[0, 1]$ побудовано неперервну, ніде не монотонну функцію, отримано певні співвідношення для образів циліндричних множин. Досліджено варіаційні властивості введеної функції.

Проведений аналіз показує, що дисертаційна робота Ю.П. Маслової є закінченим науковим дослідженням, яке присвячене актуальним питанням сучасної алгебри. Всі результати дисертаційної роботи є новими. Вони супроводжуються строгими доведеннями і їх правильність не викликає сумнівів.

Результати дисертаційної роботи опубліковано в 7 статтях, всі статті у фахових виданнях, з яких 1 стаття – у виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus, та у 13 тезах доповідей на наукових конференціях, з яких 2 без співавторів. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Результати дисертаційної роботи можуть знайти застосування в подальших дослідженнях з метричної теорії чисел, символьної динаміки, теорії чисел, теорії кодування, тощо. З ними слід ознайомитись фахівцям, що працюють в Київському, Львівському, Одеському, Харківському Національних університетах, Інститутах кібернетики та математики НАН України, Національному університеті "Києво–Могилянська Академія".

Дисертаційна робота добре оформлена і гарно написана. Є окремі неточності, описки, наприклад

1) на ст. 54 в прикладах 1,2 при визначені δ_i не вказано, як змінюється i. Ця інформація відновлюється з контексту, проте, на мою думку варто було додати $i = 0, 1$.

2) на ст. 66, у розділі «Метризація хвостової частини», визначається функція, яка задовольняє аксіомам метрики і може набувати значення нескінченності. У роботі ця функція називається метрикою. Як правило, в літературі, такі функції називають розширеними метриками.

3) на ст. 67 визначено функцію, що зберігає хвости G_2-зображення чисел. На ст. 68 незалежно визначається перетворення (бієктивна функція), що зберігає хвости G_2-зображення чисел. Як на мене, можна було б в означенні перетворення використати попереднє означення функції, тобто дати означення перетворення, що зберігає хвости G_2-зображення чисел, як бієктивної функції, що зберігає хвости G_2-зображення чисел, і при цьому уникнути повторення тексту.

4) на ст. 72 у формулюванні теореми 2.17.1 після слів «у G_2-зображення яких» пропущено «дорівнює g_0».

5) на ст. 90 замість «Звідки легко побачити» написано «Звідки бачити», також для повноти тексту можна було б додати декілька слів про нумерацію Пеллі, оскільки в першому розділі про неї не згадується.

Але ці недоліки не мають принципового характеру і жодною мірою не зменшують наукового рівня дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота Маслової Юлії Петрівни «Тополого-метрична та фрактальна теорія двоосновного G_2-зображення чисел і її застосування» повністю задовольняє вимогам, що висуваються до дисертаційних робіт, поданих на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук відповідно до “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р., № 567, а її автор, Маслова Юлія Петрівна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 — алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент, доктор
фізико-математичних наук, доцент
завідувач кафедри математики
факультету інформатики
Національного університету
“Києво–Могилянська Академія”

Б. В. Олійник

Особистий підпис Олійник Б.В
ЗАСВІДЧУЮ
Начальник ВК

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Києво-Могилянська академія»
Ідентифікаційний код 16459366