

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Маслової Юлії Петрівни
«Тополого-метрична та фрактальна теорія двоосновного
 G_2 -зображення чисел і її застосування»,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел

Тематика дисертаційної роботи відноситься до галузі метричної та ймовірнісної теорії дійсних чисел. Вона присвячена двосимвольним системам числення (зображення чисел), які використовують дві дробових основи. В одній системі (а вона має назву « Q_2 -зображення чисел») і широко використовується вже багато років) обидві основи додатні, а в іншій (вона називається « G_2 -зображення чисел») введена в розгляд автором – одна додатна, а інша від'ємна. Для відомої системи розглядаються нові застосування, а саме для отримання узагальнень функцій Радемахера та Уолша, а для нової системи вся теорія вибудовується з нуля з використанням аналогій з відомими системами.

Актуальність дослідження. Двосимвольні системи кодування дійсних чисел, до алфавіту яких входить лише дві цифри 0 та 1, в порівнянні з багатосимвольними, вимагають самостійного розгляду і заслуговують на окрему увагу в силу зручності, технічної реалізації кодування інформації. На сьогоднішній день відомо багато різних двосимвольних систем, кожна з яких має свою специфіку, свою геометрію (геометричний зміст цифр, властивості циліндричних множин — базових множин для побудови метричної та топологічної складової теорії, розв'язки метричних задач тощо). Серед них зустрічається топологічно-еквівалентні системи і системи з аналогічними метричними теоріями. Порівняльний аналіз двох систем (певної системи з рештою систем) є складовою теорії, а він здійснюється зокрема у порівнянні властивостей аналогічних об'єктів для різних систем (операторів лівостороннього та правостороннього зсувів, інверсора цифр зображення числа, проектора одного зображення в інший). З цієї точки зору запропонована автором

нова система є унікальною, оскільки вказані об'єкти мають принципово інші властивості ніж для відомих систем, в цьому полягає головний аргумент інтересу до нової системи і актуальність дослідження.

Структура і зміст роботи. Робота складається з анотації (українською та англійською мовами), переліку скорочень та умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, розбитих на підрозділи, висновків до кожного розділу і загальних висновків, списку використаних джерел (140 найменувань) і додатку, який містить публікації автора (21 найменування).

В цілому робота вдало структурована, заголовки розділів та підрозділів відповідають змісту.

У *вступі* авторка обґрунтовує актуальність дослідження, коротко висвітлює історію розвитку інтересу до двохсимвольних систем зображення дійсних чисел і існуючі їхні застосування, формулює об'єкт, предмет, мету і завдання, детально описує наукову новизну одержаних результатів і вказує на їх практичне значення, висвітлює публікації і анонсує основні результати по розділах.

У *розділі 1 «Огляд літератури та концептуальні дослідження»* авторка достатньо стисло розповідає про кодування дійсних чисел засобом скінченного алфавіту, про двохсимвольні системи кодування дійсних чисел, акцентуючи увагу на Q_2 -зображенні чисел, нега-двійковому зображенні, та ланцюговому A_2 -зображенні, порівняльний аналіз з якими здійснюється в наступному основному розділі дисертації. Тут проведено і огляд літератури.

Розділ 2 *«Нова двоосновна система кодування чисел відрізка $[0; g_0]$ з різнознаковими основами»*— ядро даного дисертаційного дослідження. У ньому вибудовується теорія нової системи кодування чисел з детальним обґрунтуванням, повним і строгим доведенням всіх фактів. Він включає обґрунтування аналітичності нового зображення (теорема 2.1.3); питання про кількість зображень числа; задачу, яка приводить до G_2 -зображення; порівняння чисел за їхніми зображеннями; опис циліндричних множин; властивостей операторів лівостороннього та

правостороннього зсувів; інверсор цифр зображення; властивості хвостових множин і неперервних перетворень відрізка, які зберігають хвости зображень чисел; нормальні властивості чисел за їх зображенням виражені у термінах частот; ймовірнісну теорію і застосування у теорії фракталів. Основними і найбільш вагомими результатами цього розділу є: теорема 2.1.3; теорема 2.16.1, що висвітлює групові властивості неперервних перетворень відрізка, що зберігають хвости зображення чисел; теорема 2.17.1, що є аналогом теореми Бореля для двійкового зображення; теорема 2.18.1, яка засвідчує принципову відмінність властивостей інверсора у порівнянні з аналогічним об'єктом для інших зображень; теорема 2.21.1, що обґрунтовує еквівалентне означення фрактальної розмірності Гаусдорфа-Безиковича з використанням покриттів множини G_2 -циліндрами (аналог теореми Білінгслі для двійкового зображення чисел і теореми Працьовитого М.В. для Q_2 -зображення); окремої уваги заслуговують зауваження і коментарі, які складають порівняльний аналіз даного зображення з іншими.

Побудована, у цьому розділі, теорія за структурою, змістом, глибиною результатів і їхніми застосуваннями могла би складати окреме дисертаційне дослідження.

Як засвідчують результати цього розділу G_2 -зображення чисел має принципово інші властивості у порівнянні з відомими системами. Вони полягають в наступному:

- 1) оператор лівостороннього зсуву є неперервною функцією;
- 2) інверсор є функцією всюди розривною, ніде не монотонною (для інших зображень він є функцією неперервною і монотонною);
- 3) значення операторів правостороннього зсуву з різними параметрами на правому кінці відрізка збігаються;
- 4) група неперервних перетворень відрізка, що зберігають хвости зображень чисел включає спадні та зростаючі функції, причому зростаючі утворюють нескінченну підгрупу.

У третьому розділі «Узагальнення функцій Радемахера та рядів Уолша» запропоновані нові узагальнення функцій Радемахера та Уолша, які ґрунтуються на Q_2 -зображенні чисел, а також їх трійкові аналоги, вивчаються їх диференціальні властивості. Одним з основних результатів цього розділу є теорема 3.2.2 про ортогональність узагальнених функцій Радемахера; теорема 3.3.1 про аналітичний вираз функцій Уолша. Оригінальним є трійкове узагальнення таких функцій конструкції яких наведено у пунктах 3.4 та 3.5. з доведеннями ортогональності системи.

Четвертий розділ «Узагальнення Трибін-функції» присвячений неперервній ніде не монотонній функції, залежній від нескінченної кількості параметрів, яка є узагальненням відомих не диференційовної функції Вундерліха, Буша, Трибін-функції. Основним результатом цього розділу є теорема про неomeженість варіації функції при будь-якому допустимому набору параметрів.

Висновки достатньо аргументовані.

Публікації. Основні результати дисертаційного дослідження належним чином оприлюднені, вони висвітлені в 7 статтях [1]-[7] у наукових виданнях, які входять до переліку фахових видань МОН України, серед них одна стаття [4] - у журналі, який індексується міжнародною наукометричною базою «MathSciNet», стаття [7] - у журналі, що входить до міжнародної наукометричної бази даних Scopus. Результати дослідження наведені також у матеріалах конференцій [8]-[20].

Автореферат відносно повно і правильно відображає зміст дисертації.

Зауваження та пропозиції. Вони стосуються позначень і оформлення роботи.

1. У роботі чимало описок, мовних огріхів, наприклад, у вступі до першого розділу замість Q_S^* має писатись Q_2 , пункт 2.3 має назву «Задача, що приводять до G_2 -зображення». Напевно авторка, мала задум навести кілька задач, а навела лише одну.
2. Існує деякий різнобій у позначеннях ($Q_2 = q_0^{-1}$, пункт 3.3, ст.91-93).

3. Теорема 2.1.1 має допоміжний характер, тому це твердження варто найменувати лемою.
4. У формулюванні теореми 3.2.2 варто додати слово «узагальнених» (функцій Радемахера), оскільки вона стосується саме запропонованих узагальнень, а не класичних функцій Радемахера.
5. Слова «виду» у лемі 2.2.1, «неспівпадаючих» у теор. 2.6.1 краще замінити іншими виразами.

Висловлені вище зауваження не є принциповими і не применшують позитивного враження від дисертаційної роботи. Усі результати роботи супроводжуються строгими доведеннями. Всі теореми, отримані в дисертаційній роботі є новими, причому вони істотно розвивають результати, отримані раніше.

Загальний висновок. Усе вищесказане дозволяє зробити висновок про те, що дисертаційна робота Маслової Ю.П. задовольняє всі вимоги діючого «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою КМУ N567 від 24 липня 2013 року (зі змінами, внесеними Постановою КМУ №607 від 15 липня 2020 р.), а її авторка заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 – алгебра і теорія чисел.

доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри геометрії,
топології і динамічних систем
механіко-математичного факультету
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка

О. О. Пришляк

ПІДПИС ЗАСАДНИЦІ
ВЧЕШОГО СЕКРЕТАРІА НАЧ
КАРАУЛЬНА Н. В.
07.09.2020р.

