

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію
Заціхи Ярослава Володимировича
«Зображення напівгруп малих порядків»
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 — алгебра та теорія чисел

В математиці, окрім загальних теорій, важливу роль відіграють конкретні задачі, що виникають на практиці, а серед них слід виділити дослідження об'єктів з малими параметрами (порядок, розмірність, тощо). Як приклади, можна привести класифікацію груп до 32-го порядку (Х.Коксетер, О.Мозер), класифікацію алгебр розмірності, меншої 6 (П.Габріель і Г.Мацола) і нільпотентних алгебр Лі розмірності, меншої 7 (М.Вернье), геометричну класифікацію йорданових алгебр розмірності 3 (І.Кашуба, І.Шестаков), класифікацію узагальнених симетричних ріманових просторів розмірності меншої 6 (О.Ковальський) та аналогічних афінних просторів, розмірності, меншої 5 (С. Венгжиновський).

На відміну від груп, напівгруп малого порядку настільки багато, що навіть для обчислення їх числа використовують, як правило, комп'ютерні програми; зокрема, число напівгруп порядку 5 (з точністю до ізоморфізму та дуальності) дорівнює 1160, а порядку 6 -- 15973. Виключенням є лише напівгрупи порядку, меншого 5; які описав (у вигляді таблиць Келі) Т. Тамура ще в 1953-1954 рр. Матричним зображенням таких напівгруп (а також опису деяких параметрів самих напівгруп) і присвячена дисертація Я.В.Заціхи.

Зауважимо, що матричні зображення скінченних напівгруп над полями вивчені також не в такій мірі, як зображення груп. Якщо говорити про повну класифікацію матричних зображень, для груп повністю описані ручні та дикі випадки (В.М. Бондаренко і Ю.А.Дрозд), а для напівгруп подібні результати отримано лише для деяких, досить вузьких, класів напівгруп, про що детально сказано у вступі дисертації. Зокрема, це стосується праць про зображення напівгруп, породжених ідемпотентами з частковим нульовим множенням (В.М.Бондаренко, О.М.Тертична), зображення напівгруп Рісса (С.М.Дяченко), і напівгруп, породжених потентними елементами (В.М.Бондаренко, О.В.Зубарук). Таким чином можна зробити висновок, що тема дисертаційної роботи Заціхи Я.В. є актуальною.

Перейдемо до аналізу дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається із анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел. У вступі наведено основні відомості і факти, які пов'язані з темою дисертації, дано обґрунтування актуальності дисертаційного дослідження, вказано основну літературу з тематики дисертації, відзначено наукову новизну отриманих результатів.

Перший розділ, який має допоміжний характер, містить отримані раніше результати інших авторів, які необхідні для подальшого викладу основних та

допоміжних результатів кандидатської дисертації, зокрема, наведено основні дані про зображення напівгруп.

У розділі 2 описано мінімальні системи твірних та відповідні визначальні співвідношення для кожної із 18-и напівгруп третього порядку. Знайдена конкретна множина загальних властивостей напівгруп, яка є характеристично повною для класу всіх напівгруп третього порядку, тобто кожна напівгрупа порядку 3 (якщо їх розглядати з точністю до ізоморфізму та дуальності) однозначно визначається підмножиною всіх своїх властивостей в заданій множині (властивостей). А саме такою є множина властивостей, що складається із наступних 7-и властивостей: комутативність, існування одиничного елемента, існування нульового елемента, існування приєднаного нульового елемента, число ідемпотентів дорівнює 1, число ідемпотентів дорівнює 2, найменше число твірних дорівнює 2. При цьому ніяка підмножина із 6-и властивостей такою вже не є.

У розділі 3 вивчаються матричні зображення напівгруп третього порядку над полем довільної характеристики. Доведено, що задача про опис зображень є ручною для довільної напівгрупи. Більш того, за виключенням напівгрупи з нулем, породженої парою взаємно анулюючих нільпотентних елементів, зображення якої зводяться до добре відомої матричної задачі про пучок матриць, розв'язаної ще Кронекером і Вейерштрассом в позаминулому столітті, кожна напівгрупа має скінченний зображувальний тип. Для таких напівгруп вказана канонічна форма матричних зображень і отримано повний опис нерозкладних матричних зображень. Зауважимо, що в деяких випадках як канонічна форма, так і список нерозкладних зображень залежить від характеристики поля.

У розділі 4 вивчаються моноїди четвертого порядку та їх матричні зображення над полем довільної характеристики (з точністю до ізоморфізму та дуальності таких моноїдів 27). Описано мінімальні системи твірних та відповідні визначальні співвідношення для кожного із моноїдів; основними тут є моноїди без приєднаного одиничного елемента. Доведено, що задача про опис зображень є ручною для довільного моноїда четвертого порядку. Описано моноїди скінченного зображувального типу. Для кожного моноїда четвертого порядку (незалежно має він скінченний чи нескінченний зображувальний тип) повністю опи описано його нерозкладні зображення. При цьому для такого опису у випадку напівгруп скінченного зображувального типу використовуються канонічні форми матричних зображень (які також отримані дисертантом в розділі 4). Як і у випадку напівгруп третього порядку, канонічна форма та список нерозкладних зображень можуть залежати від характеристики поля.

З усього вищезгаданого можна зробити висновок, що дисертаційна робота Я.В.Заціхи «Зображення напівгруп малих порядків» є завершеною науково-дослідною роботою, в якій отримано нові, цікаві результати. Ці результати є достовірними, строго обґрунтованими і отримані її автором самостійно.

Результати дисертації опубліковані в 6 наукових роботах у фахових виданнях (1 стаття без співавторів, 1 стаття в журналі, який входить в науково-метричну базу "Scopus"). Вони апробовані на 5 математичних конференціях, а також обговорювалися на різних алгебраїчних семінарах.

Дисертація гарно оформлена, майже не містить друкарських і стилістичних помилок (за винятком невеликої кількості зайвих знаків пунктуації – ком і тире). Дисертанту варто було б вказати, якими комп'ютерними пакетами, чи програмами користувалися інші автори при знаходженні числа напівгруп малих порядків і чи можна застосувати їх для опису матричних зображень цих напівгруп. Зауважимо, що ці зауваження ніяк не впливають на загальний високий рівень дисертаційної роботи.

З усього сказаного вище випливає, що дисертаційна робота Я.В.Заціхи є суттєвим внеском до актуального наукового напрямку в сучасній алгебрі. Результати роботи можуть бути рекомендовані до використання фахівцями з теорії зображень і теорії напівгруп, які працюють в Інституті математики НАН України, Київському, Львівському, Дніпровському та Ужгородському університетах.

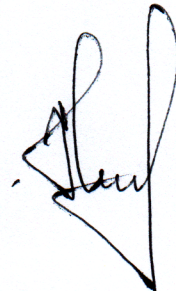
Дисертація написана на високому науковому рівні, автореферат правильно і повно висвітлює основні положення дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота Я.В.Заціхи «Зображення напівгруп малих порядків» повністю відповідає вимогам пунктів 9, 11-14 "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013р. (зі змінами внесеними згідно з постановами КМУ № 656 від 19.08.2015р., №1159 від 30.12.2015р., №567 від 27.07.2016р., №943 від 20.11.2019р.)) щодо кандидатських дисертацій, а її автор Заціха Ярослав Володимирович заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – «алгебра та теорія чисел».

Офіційний опонент –
доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри алгебри
та комп'ютерної математики Київського
національного університету імені
Тараса Шевченка



А.П. Петравчук



Надійшов 8 вересня 2020 р.