

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Маркітан Віти Петрівни
«Стохастичні та двічі стохастичні матриці в
задачах фрактального аналізу функцій»,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Дисертація Маркітан В.П. присвячена зображенням чисел, визначеними стохастичними та двічі стохастичними матрицями. Для функцій та випадкових величин, отриманих з допомогою таких зображень, досліджено їх фрактальні властивості.

Актуальність дослідження. Інтерес до локально складних неперервних функцій (сингулярних, ніде не монотонних, недиференційовних тощо) має довгу історію, пов'язану з іменами видатних науковців: К. Вейерштрасс, Г. Мінковський, Е. Гелінгер, Г. Кантор, В. Серпінський, Р. Салем, С. Банах, С. Мазуркевич та ін. Сьогодні такі функції — це об'єкт підвищеної наукової уваги, віднедавна вони все частіше з'являються в моделях реальних процесів і явищ. Останнім часом з'явилися нові потужні засоби для їхнього теоретичного аналізу. Це різні системи кодування дійсних чисел, зокрема такі, що ґрунтуються на використанні стохастичних та двічі стохастичних матриць, а також теорія фракталів (фрактальна геометрія і фрактальний аналіз).

Велика група київських математиків (Барановський О.М., Василенко Н.М., Гетьман Б.І., Гончаренко Я.В., Жихарева Ю.І., Ісаєва Т.М., Кюрчев Д.В., Лисенко І.М., Маслоva Ю.П., Працьовитий М.В., Торбін Г.М., Фещенко О.Ю., Хворостіна Ю.В. та ін.) розробляє нові систем кодування (зображення) дійсних чисел, які ґрунтуються на розкладах чисел у ряди, ланцюгові дроби, нескінченні добутки тощо. У даній роботі використовуються системи зображення дійсних чисел, які вони розробили: (Q-зображення, марківське зображення тощо).

Окремий клас локально складних функцій утворюють ті, множини значень яких є фракталами. Зокрема, до таких належать функції, множини значень яких збігаються зі множинами неповних сум абсолютно збіжних числових рядів. Тополого-метричні властивості множин неповних сум рядів є відображенням відповідних властивостей функцій. Множини неповних сум рядів у теорії нескінченних згортки Бернуллі (симетричних і несиметричних) також відіграють важливе значення. Впродовж майже сторічної історії розвитку теорії наразі відкритими є ряд складних ймовірнісних проблем, пов'язаних із їхньою лебегівською структурою, тополого-метричними і фрактальними властивостями носіїв тощо. Вони не піддаються нині розв'язанню в загальній постановці, тому науковці їх розв'язують для окремих рядів або класів. Нескінченні згортки, пов'язані зі стохастичними матрицями, розглянуто в даній роботі

Отримувані в цьому напрямку результати можуть слугувати базою для побудови алгоритмів комп'ютерного моделювання множин з потрібними властивостями.

Тому дисертаційне дослідження Маркітан В.П., яке є продовженням вказаних досліджень, є актуальним.

Аналіз структури та змісту роботи по розділах. Робота складається з анотації, списку скорочень та умовних позначень, вступу, п'яти розділів, розбитих на підрозділи, висновків до кожного з розділів, загальних висновків, списку використаних джерел, списку публікацій автора.

У вступі наведено основну характеристику роботи, обґрунтовано актуальність дослідження.

Перший розділ *«Концептуальні основи дослідження й огляд літератури»* має характер вступного. В ньому наводяться основні означення та твердження, використані в дослідженні, наведено огляд літератури.

У розділі 2 *« Q^*_∞ -зображення дійсних чисел, визначені двічі стохастичними матрицями, й функції, з ними пов'язані»*, визначається спеціальний клас нескінченних двічі стохастичних матриць, залежних від одного параметра. Для визначених цими матрицями Q^*_∞ -зображень дійсних чисел досліджено геометричні властивості, отримано вигляд спектру породженої випадкової величини.

У розділі 3 *«Фрактальні властивості множин і функцій, пов'язаних із двосимвольними зображеннями дійсних чисел, визначеними двічі стохастичними матрицями»* досліджуються властивості марківських зображень, породжених двічі стохастичними матрицями розмірами 2×2 , відповідних функцій. Знайдено розмірності Гаусдорфа–Безиковича множин чисел, отриманих при певних умовах на зображення, та умови лінійності і сингулярності функцій.

У розділі 4 *«Множина неповних сум збіжного ряду як множина значень функції й носій розподілу випадкової величини»* досліджуються множини неповних сум рядів, пов'язаних із зображеннями чисел, характер функцій розподілу, заданих з допомогою вказаних рядів.

У розділі 5 *«Нескінченні згортки Бернуллі, спектри яких є канторвалами»* розглянуто вказані нескінченні згортки, і доведено, що їх спектром є канторвал, міра якого на $[0,1]$, в залежності від параметрів, може бути як завгодно близькою до 1/

Наукова новизна результатів, їх теоретичне та практичне значення.

1. Сконструйовано сім'ю додатних нескінченних двічі стохастичних матриць. Для випадкових величин, визначених через зображення чисел з допомогою вказаних матриць, описано тополого-метричні властивості спектра функції розподілу.

2. Розглянуто марківські зображення чисел, визначені з допомогою двічі стохастичних матриць розмірами 2×2 . Досліджено фрактальні властивості множин чисел із заборонами вживання комбінацій символів.

3. Знайдено необхідні й достатні умови лінійності та сингулярності функції, яка проектує цифри: марківського зображення у цифри класичного двійкового зображення: нега-двійкового зображення у цифри марківського зображення.

4. Для функцій, визначених нескінченними рядами з елементів зображень чисел, отримано суперфрактальність множини значень.

5. Для нескінченної згортки Бернуллі, керованої збіжним додатним рядом із суперфрактальною множиною підсум вивчено лебегівську структуру, тополого-метричні і фрактальні властивості; поведінку модуля її характеристичної функції на нескінченності.

6. Для нескінченної згортки Бернуллі, керованої нормованим додатним рядом, описано тополого-метричні властивості. Доведено, що її спектром є канторвал, міра Лебега якого в залежності від вибору параметрів може бути як завгодно близькою до 1.

Одержані автором результати є новими і важливими, вони роблять суттєвий внесок у фрактальний аналіз функцій і розподілів.

Ступінь обґрунтованості результатів дисертації. Усі результати дисертаційного дослідження приведені з повним і строгим обґрунтуванням.

Публікації та апробація результатів дослідження. Результати дисертації достатньо повно висвітлені у 5 наукових статтях, з яких 4 - у фахових виданнях, з них 2 – у виданнях з бази Scopus. Також повідомлення про результати містяться у 18 тезах доповідей на конференціях. Вони пройшли відповідну апробацію на наукових семінарах і конференціях. Автореферат достатньо повно і правильно відображає основний зміст дисертації.

Зауваження. Стосовно роботи в цілому хотілося б висловити наступні зауваження.

1. Позначення (a_n) для послідовностей приводило до неоднозначності в деяких випадках, наприклад в записі індексів $(i+1)$ та інших при β в доведенні теореми 3.1.

2. В роботі розглядається нескінченний добуток функцій розподілу (наприклад, у посиланні на теорему Джессена-Вінтнера на стор. 44), проте не вказано, в якому сенсі розглядається його збіжність (як я зрозумів, береться слабка збіжність, як в роботі Джессена і Вінтнера).


3. Записано, що нерівність (3.2) виконується на всьому інтервалі $(0;1)$, хоча треба ще було виключити значення $1/2$ (і це значення було окремо розглянуто вище).

4. В роботі є деякі описки. Наприклад, в (4.9) і нижче на стор. 98 в деяких дробах в знаменнику пропущено b_{n+1} , b_{p+1} . В третьому рядку доведення теореми 4.6 на стор. 106 замість r_{ik} має бути r_{ik} . На стор. 61 у властивості 2 об'єднання має починатися з $i=0$, а не $i=1$. На стор. 63 в другій виносній формулі має стояти τ_n , а не τ_i .

Вказані недоліки роботи не ставлять під сумнів правильність і повноту доведень наведених тверджень, не знижують загальну позитивну оцінку роботи.

Загальні висновки. Підсумовуючи висловлене вище, можна зробити висновок про те, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною і науковою цінністю отриманих результатів дисертаційна робота Маркітан Віти Петрівни «Стохастичні та двічі стохастичні матриці в задачах фрактального аналізу функцій» задовольняє вимогам пп. 9, 11–14 "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 р. (зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з Постановами КМУ № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р., та наказом МОН України № 40 від 12.01.2017 р.) щодо кандидатських дисертацій, а її автор — Маркітан Віта Петрівна — заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Професор кафедри математичного аналізу
Київського національного університету імені Т. Шевченка
доктор фізико-математичних наук, професор

 В.М. Радченко

