

РІШЕННЯ

щодо присудження наукового ступеня доктора наук

Спеціалізована вчена рада з присудження наукового ступеня доктора наук Д 26.206.01 Інституту математики Національної академії наук України прийняла рішення про присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук Заболотному Ярославу на підставі прилюдного захисту докторської дисертації «Конформні відображення та симетризаційні методи в екстремальних задачах геометричної теорії функцій комплексної змінної» у вигляді рукопису за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

«06» жовтня 2026 року, протокол № 5.

Заболотний Ярослав Володимирович, 1987 року народження, громадянин України, освіта вища: закінчив у 2008 році фізико-математичний факультет Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка за спеціальністю «Педагогіка і методика середньої освіти. Математика».

Кандидат фізико-математичних наук з 2014 року.

Здобувач закінчив докторантуру в 2026 році в Інституті математики НАН України.

Працює старшим науковим співробітником в Інституті математики НАН України з 2022 р. до теперішнього часу.

Докторська дисертація виконана у відділі комплексного аналізу і теорії потенціалу Інституту математики НАН України.

Науковий консультант — Плакса Сергій Анатолійович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу Інституту математики НАН України.

Рекомендовано до захисту 14 липня 2026 року.

Здобувач має 38 наукових публікацій за темою дисертації, з них 17 статей в наукових фахових виданнях, 14 матеріалів та тез конференцій тощо.

Опоненти:

Бандура Андрій Іванович, доктор фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, професор (за кафедрою вищої математики), завідувач кафедри фізико-математичних наук Івано-Франківського національного університету нафти і газу, дав позитивний відгук із зауваженнями:

1. с.3¹ і далі скрізь у дисертації (18 разів) використовується термін розділяюче перетворення. Сам термін не відповідає сучасній українській мові. Найкращим варіантом, либонь, буде розділювальне або роздільне перетворення. Втім, зважаючи на те, що англійський відповідник звучить як separating transformation

вірогідно більше підходить відокремлювальне перетворення. Це моє зауваження було ще до дисертації І.В. Денеги і лишається тут.

2. с.3 і далі ще 6 раз у дисертації надibuємо інший неправильний термін "зростаючий"

3. с. 5¹ "можна застосували" .

4. с. 5¹¹ прикметник "додатніх" замість додатних

5. с. 5 "більш того "на до того ж, крім того,

6. с.5 і далі в 13 місцях зустрічається фраза оцінки еволюційного типу або еволюційні нерівності. Так-от, авторів вартувало пояснити, звідки взявся цей термін еволюційні нерівності. Я можу помилятися, але ці нерівності це одна з унікальних особливостей цієї роботи

7. с.7, другий абзац в анотації написано "отримані результати в декількох класичних відкритих проблемах геометричної теорії функцій комплексної змінної, які суттєвими узагальненнями та посиленнями результатів, ..., а саме результатів М. О. Лаврентєва, Г. М. Голузіна, П. П. Куфарєва, В. М. Дубініна, Г. В. Кузьміної, Л. В. Ковальова, О. К. Бахтіна, І. В. Денеги". Тут у мене зауваження виникають до слів узагальнення та посилення, бо не пояснено ніде в одному місці з прив'язкою до перерахованих прізвищ. До того ж, в анотації згадується 8 прізвищ, а у висновках 6 прізвищ, в тому числі одне нове - М. А. Лебедев. Зведений опис основних результатів наведено, втім без чіткого пояснення, що узагальнено та посилено порівняно зі згаданими математиками. Також по тексту дисертації в різних розділах містяться окремі згадки стосовно узагальнення та посилення з прізвищами. Однак вважаю, що це додатково мало б бути десь в одному місці - анотації або висновках.

8. англійська версія анотації свідчить про посилене використання систем автоматизованого машинного перекладу, тому її доволі складно читати. І перераховувати усі англійські неточності також не варто, бо це все ж таки дисертації з математики. Згадаю тільки, що автор використовує в анотації вперемішку decomposition та partition як відповідники до слова розбиття. Хоча decomposition більше відповідає українському "розклад". Порядок слів в англійській анотації через це також типово український - "In addition, were obtained sharp estimates in the abovementioned problem..." замість правильного "In addition, sharp estimates were obtained in the above-mentioned problem..." І нарешті в англійській анотації серед математиків є неперекладене прізвище З. Нехарі.

9. Також в анотації автор обережно висловлює припущення про можливе застосування отриманих результатів при вивченні питань гіперкомлексного аналізу. Це вочевидь данина поваги до вагомих результатів наукового консультанта проф. Плакси С. А. та його учня Шпаківського В. С. Втім у мене наявні сумніви стосовно такої застосовності, адже навіть у випадку

кватерніонів чи бікомплексних чисел відповідні структури з того зору дійсного аналізу є чотиривимірними. Водночас у дисертації розглядаються екстремальні задачі на комплексній площині, тобто двовимірна структура з погляду дійсного аналізу. Не кажучи вже про те, що немає певності щодо означень квадратичного диференціала, конформного радіуса у таких випадках. Я собі дозволю лагідний натяк, що щось змістовне можна отримати либонь при розгляді регулярних на зрізках (або шарах) функцій кватерніонної змінної.

10. У здобувача англomовні публікації та тези конференції містять аж чотири різні варіанти транскрипції його прізвища Zabolotnii, Zabolotnyi, Zabolotniy, Zabolotnij.

11. У переліку тез доповідей на конференціях до позицій 1, 4, 13, 14 варто було додати посилання на самі тези з сайту конференції.

12. Апробація результатів на семінарах доволі ґрунтовна. Втім у позиціях 4, 5, 6, 7 та 8 відсутні дати доповідей на цих семінарах. Також за можливості вартувало додати посилання на оголошення про доповідь з сайту семінару, наприклад, для позиції 6 — львівський міський семінар з теорії аналітичних функцій <https://new.mmf.lnu.edu.ua/news/seminar-z-teorii-analitychnykh-funktsiy-101>.

13. У дисертації одночасно використовуються два позначення m , n -променева система точок (с. 21, 30, 85) та (m, n) -променева система точок на решти сторінках для одного й того ж об'єкту.

14. Сторінки у змісті дисертації не повністю відповідають реальним сторінкам. Не правильні сторінки мають розділи та підрозділи 1.5, 1.6 зсув на +1 сторінку, від 2.2 аж до 6.4 зсув на -2 сторінки.

15. с. 28 "співробіників" замість спіробітників.

16. с. 70, 72, 266 написано "співпадає" замість "збігається з".

17. с. 26, 30, 88 „керуючий функціонал“ на „керівний функціонал“.

18. с. 27 маємо Куфарев, а на с. 2, 7, 58 Куфарев.

19. У дисертації з геометричної теорії функцій варто дієслово "відображати" використовувати суто при описі здійснення відображень. Втім у двох місцях на с. 28 маємо "відображає наступний геометричний факт" (краще, зводиться до наступного геометричного факту), с. 67 та 76 наступна властивість відображає монотонність (краще показує або вказує на).

20. с. 33, пункт 4, де описується наукова новизна, написано "для багатьох частинних випадків розв'язано відкриту проблему про знаходження максимуму добутку внутрішніх областей" прикметник багатьох доволі невиразний.

21. На с. 42 наслідок 2.3.1 взагалі не потрібно формулювати, бо він відрізняється від теореми 2.3.1 тільки відсутністю умови $r(B_0, a_0) < 1$, що автоматично виконується для $B_0 \subset U$, де U — одиничний круг. Його можна

замінити одним реченням, що умова $r(B_0, a_0) < 1$ в теоремі 2.3.1 виконується, зокрема, для $B_0 \subset U$. Аналогічне зауваження стосується наслідку 3.2.1 з теореми 3.2.1, який можна замінити зауваженням.

22. Спосіб введення позначень трохи заплутаний. Наприклад, у формулюванні теореми 2.4.2 використовується загадкова функція $p(n)$, яка визначається у доведенні теореми 2.3.2.

Зрозуміло, що перераховані зауваження мають переважно редакційний характер. Вони жодним чином не знижують загальної високої наукової цінності роботи та не впливають на правильність основних математичних здобутків дисертанта.

Фаворов Сергій Юрійович, доктор фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, професор (за кафедрою теорії функцій та функціонального аналізу), професор кафедри фундаментальної математики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, дав позитивний відгук із зауваженнями:

1. стор.38: вказати, як пов'язані поняття конформного радіуса та внутрішнього радіуса для однозв'язних областей,
2. стор. 39: не можна різні сталі на одній сторінці визначати однаковою буквою γ ,
3. стор. 68: в означенні конформності потрібна ін'єктивність, інакше функція e^x , наприклад, буде конформним відображенням в $\mathbb{C}$.
4. стор. 77: в дисертації квадратичний диференціал використовується тільки на площині, для чого дається його визначення на Рімановій поверхні,
5. стор. 79: що таке "максимальна регулярна крива"?
6. стор. 79: що значить $Q(z)dz^2 > 0$?
7. стор. 79: функція $\varsigma = \int Q^{\frac{1}{2}}(z)dz$ не визначена,
8. стор. 79: що значать записи $dz^2 > 0, dz \in \mathbb{R}$?
9. стор.88, перший рядок зверху: що таке cap ?
10. стор. 103: потрібно пояснити, чому при $\gamma > n$ маємо $I_n(\gamma) = \infty$,
11. Розділ 2, Проблеми 2.1.1 та 2.1.2 формулюються з умовою $|a_k| = 1, \forall k$, але деякі теореми цього розділу формулюються та доводяться без цієї умови,
12. стор. 109, 4 рядок зверху: замінити $r(D, a_k)$ на $r(D, a)$,
13. стор. 111: рядок " $\frac{o(1)}{|w-a_k|} \rightarrow 0$ якщо $w \rightarrow a_k$ " невірний,
14. стор. 161: в Теоремі 2.4.2 замінити $p(20)$ на $\frac{1}{2\sqrt{2}}$?
15. стор.180: не зрозуміло, чому Проблема 3.1.1* є модифікована Проблема 3.1.1, краще написати, що вона тісно пов'язана з Проблемою 3.1.1,

16. стор. 194, Теорема 3.3.1: краще не вводити m , а розглядати випадки n парна та n непарна,
17. в підрозділах 4.2 та 4.3 γ_k іноді перетворюється на α_k ,
18. стор. 271, 9 рядок зверху: раніше завжди було $\infty \in B_\infty$,
19. Розділ 6: означення прямої, яке присутнє у формулюванні ряду теорем цього розділу, краще навести перед їх формулюванням,
20. стор. 299, формулювання Теорема 6.4.1: як умова "точки a_k на прямій" узгоджується з умовою $|a_k| = 1$?

Шевчук Ігор Олександрович, доктор фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, професор (за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз), академік НАН України, професор кафедри математичного аналізу Київського національного університету імені Тараса Шевченка, дав позитивний відгук із зауваженнями:

1. В дисертаційній роботі наведені декілька списків математиків (біля 50 прізвищ), включно з рядом вчених ІМ НАН України, яким належить вагомий внесок у геометричну теорію функцій комплексної змінної та її напрямки. Проте

- прізвище Дзядик В. К. відсутнє,
- не завжди зрозуміло, за яким принципом визначався порядок слідування прізвищ у списку.

2. Відсутній коментар про точність оцінки (3.2.13) ($T_n \leq (n-1)^{-n/4}$) за порядком. Також було б доцільно порівняти цю оцінку з оцінкою (5.2.3).

3. Дисертаційна робота оформлена якісно, хоча зауваження до оформлення є. Серед них такі.

- Опис поняття n -го діаметра системи точок (стор. 189) слід було б подати у вигляді означення.
- Формулювання теорем 2.2.3 та 2.3.1 правильне, але дещо заплутане.
- У підрозділах 2.2 і 2.3 замість повторення однієї і тієї ж умови в кожній теоремі краще було б написати цю умову один раз на початку підрозділу.
- Функціонал конфігурації позначається то буквою J , то I , а от різні фігури позначені однаковою буквою M .

На докторську дисертацію та реферат відгуки не надходили.

У дискусії взяли участь члени докторської ради:

Сергій ПЛАКСА, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Анатолій РОМАНЮК, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Анатолій СЕРДЮК, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, зазначив, без зауважень;

Анатолій КОЧУБЕЙ, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, член-кореспондент НАН України, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Володимир МИХАЙЛЕЦЬ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, зауваження в ході відповіді на запитання О.О. Мурача про застосування результатів в теорії струн: ця тематика розвивається в інституті більше 30 років, а застосувань поки нема;

Василь ОСТРОВСЬКИЙ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Микола ДУДКІН, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Наталія ПАРФІНОВИЧ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Олександр МУРАЧ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

В'ячеслав ПИВОВАРЧИК, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

та присутні на захисті фахівці:

Ігор БОЙКО, доктор фізико-математичних наук, доцент, 01.04.02 - теоретична фізика, професор кафедри програмної інженерії, відгук позитивний, без зауважень.

При проведенні таємного голосування виявилось, що із 11 членів докторської ради, які взяли участь у голосуванні (з них 11 докторів наук за профілем дисертації), проголосували:

«За» 11 членів докторської ради,

«Проти» немає членів докторської ради,
недійсних бюлетенів немає.

ВИСНОВОК

Спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01 Інституту математики НАН України про дисертаційну роботу Заболотного Ярослава Володимировича «Конформні відображення та симетризаційні методи в екстремальних задачах геометричної теорії функцій комплексної змінної», подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Дисертаційна робота присвячена дослідженню відкритих проблем про екстремальне розбиття комплексної площини, що полягають у знаходженні максимуму функціоналів, складених із добутків внутрішніх радіусів областей. Встановлено такі нові результати:

- Розвинено методи доведення оцінок зверху добутку степенів внутрішніх радіусів n неперетинних областей розширеної комплексної площини з фіксованими полюсами як у випадку, коли всі точки скінченні, так і тоді, коли одна з точок нескінченно віддалена. Встановлено достатню умову для показників степенів, за якої максимум вказаного добутку існує.
- Отримано оцінку максимуму добутку внутрішніх радіусів n неперетинних областей, що лежать в одиничному крузі, для довільного натурального $n \geq 4$.
- Розв'язано низку екстремальних задач з певними умовами на розміщення полюсів відповідних квадратичних диференціалів, зокрема, у випадках, коли вони лежать на одиничному колі, на довільній прямій, на еліпсі чи на гілках канонічної гіперболи.
- Розв'язано задачу про знаходження максимуму добутку внутрішніх радіусів n неперетинних областей, які містять точки одиничного кола і степеня γ внутрішнього радіуса області, яка містить точку нуль, за різноманітних умов на γ .

Дисертація Заболотного Я.В. є завершеним науковим дослідженням, що має теоретичний характер. Одержані результати є новими, достовірними, строго обґрунтованими і достатньо повно опублікованими у провідних фахових виданнях, що проіндексовані в наукометричних базах даних Scopus та/або Web of Science (серед яких, відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, є статті у виданнях з кuartилів Q1, Q2, Q3). Результати перевірки тексту дисертації, аналізу публікацій здобувача та використання джерел, свідчать про відсутність академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації та порушень принципів академічної доброчесності автором роботи.

Спеціалізована вчена рада Д 26.206.01 вважає, що дисертаційна робота «Конформні відображення та симетризаційні методи в екстремальних задачах геометричної теорії функцій комплексної змінної», подана на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, за рівнем наукових досліджень, їх актуальністю, науковою новизною, а також кількістю публікацій у фахових виданнях відповідає вимогам пп. 7–9 «Порядку присудження та позбавлення наукового ступеня доктора наук»

затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 1197 від 17.11.2021 року (зі змінами), а також пп. 1 та 2 Наказу МОН України № 1220 від 23.09.2019 року (зі змінами) «Про опублікування результатів дисертацій на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», що висувуються до докторських дисертацій, а її автор, Заболотний Ярослав Володимирович, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

На підставі результатів таємного голосування та прийнятого висновку докторська рада присуджує **Заболотному Ярославу Володимировичу** науковий ступінь **доктора** фізико-математичних наук за спеціальністю **01.01.01** — математичний аналіз.

Головуючий на засіданні
спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01
з присудження наукового ступеня доктора наук,
член кореспондент НАН України



Анатолій КОЧУБЕЙ

В.о. вченого секретаря
спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01
з присудження наукового
ступеня доктора наук,
доктор фізико-математичних наук



Анатолій СЕРДЮК



«06» жовтня 2026 року