

РІШЕННЯ

щодо присудження наукового ступеня доктора наук

Спеціалізована вчена рада з присудження наукового ступеня доктора наук Д 26.206.01 Інституту математики Національної академії наук України прийняла рішення про присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук Степанюк Тетяні Анатоліївні на підставі прилюдного захисту докторської дисертації «Дослідження апроксимативних характеристик функціональних множин та екстремальних властивостей багатовимірних точкових конфігурацій» у вигляді рукопису за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз «22» вересня 2026 року, протокол №4.

Степанюк Тетяна Анатоліївна 1989 року народження, громадянка України, освіта вища: закінчила у 2011 році Волинський національний університет імені Лесі Українки МОН України за спеціальністю «Математика».

Наукові ступені і вчені звання:

кандидат фізико-математичних наук з 2016 року.

Працює науковим співробітником відділу теорії функцій Інституту математики НАН України з 2018 р. до теперішнього часу.

Докторська дисертація виконана в Інституті математики Національної Академії наук України.

Рекомендовано до захисту 02 червня 2026 року.

Здобувач має 51 наукову публікацію за темою дисертації, з них 15 статей в наукових фахових виданнях, 35 матеріалів та тез конференцій та додатково одна публікація в ArXiv.

Опоненти:

Дмитришин Роман Іванович, доктор фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, професор (по кафедрі математичного і функціонального аналізу), професор кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника МОН України, дав позитивний відгук із зауваженнями:

1. У підрозділах 2.1–2.2 при знаходженні асимптотичних рівностей для точних верхніх меж рівномірних наближень сумами Фур'є на класах узагальнених інтегралів Пуассона $C_{\beta,p}^{\alpha,r}$ оцінки для залишкового члена виражено в явному вигляді. Водночас у роботі не наведено порівняльного аналізу швидкості спадання цього залишкового члена залежно від критичного зростання параметрів гладкості α та r . Було б доцільно дослідити, як змінюється структура та величина похибки, коли значення зазначених

параметрів наближаються до своїх граничних меж (зокрема, при $\alpha \rightarrow 0$ або $r \rightarrow 0$).

2. У підрозділі 2.3 встановлено нерівності типу Лебега для узагальнених інтегралів Пуассона мають місце для всіх номерів n , які більші за певне порогове значення $n_0 = n_0(\alpha, r, p)$. З огляду на це, відкритим залишається питання: наскільки сильно зростає цей поріг n_0 , коли параметр сумовності p наближається до своїх граничних значень ($p \rightarrow 1$ або $p \rightarrow \infty$)? Чи не створює таке зростання суттєвих обмежень для використання запропонованого методу на практиці, зокрема у випадках, коли наближення здійснюється за допомогою малої кількості гармонік?

3. У підрозділах 2.4–2.6 дисертаційного дослідження успішно розв'язано задачу Колмогорова–Нікольського в просторі L_1 для важливого випадку, коли послідовність мультиплікаторів Фур'є спадає до нуля субгеометрично (швидше за будь-яку степеневу функцію, але повільніше за геометричну прогресію). З огляду на це, у роботі варто було б навести ширше теоретичне обґрунтування вибору саме таких проміжних швидкостей спадання. Також доцільно було б уточнити, які саме прикладні чи фізичні процеси (наприклад, у механіці суцільних середовищ чи теорії диференціальних рівнянь) описуються функціональними класами з такою специфічною наданалітичною гладкістю.

4. У підрозділі 3.2 для інтерполяційних тригонометричних поліномів Лагранжа на множинах $C_{\beta,1}^\psi L_1$ доведено асимптотичну точність нерівностей за умови швидкого спадання коефіцієнтів Фур'є ядра. Проте в роботі розглядається виключно класична рівномірна сітка вузлів. У дослідженні варто було б уточнити, чи збережеться структура залишкових членів та порядок отриманих оцінок за умов незначних стохастичних збурень інтерполяційної сітки (наприклад, при виконанні умови Кадеца). Також поза увагою залишилося питання про те, як саме надшвидке спадання коефіцієнтів ядра $\Psi_\beta(t)$ компенсує похибки, викликані порушенням рівномірності розподілу вузлів.

5. У підрозділі 4.1 при отриманні двосторонніх оцінок найгіршої похибки інтегрування на одиничній сфері $\mathbb{S}^d$ для класів $\mathbb{H}^{d/2,\gamma}(\mathbb{S}^d)$ виникає додатковий логарифмічний множник, зумовлений критичним показником $d/2$. Проте в роботі бракує роз'яснення щодо природи цього ефекту. Зокрема, варто було б чітко окреслити, чи є цей логарифмічний множник виключно аналітичним наслідком граничного вкладення простору функцій, чи він

відображає внутрішню геометричну сингулярність розподілу сферичних t -дизайнів у критичній розмірності.

6. У підрозділах 4.2–4.3 обґрунтовано, що детерміновані конфігурації (добре розподілені сферичні t -дизайни) є не менш вдалим з погляду мінімізації s -енергії Рісса та логарифмічної енергії, ніж стохастичні моделі. Проте робота значно виграла б у наочності за наявності чисельного або графічного моделювання (наприклад, для малих розмірностей $d = 3, 4$), яке дозволило б візуалізувати реальну швидкість виходу детерміністичних структур на асимптотичний режим порівняно зі стохастичними аналогами.

7. У підрозділі 4.4 встановлено двосторонні оцінки мінімальних енергій (Рісса, Гріна, логарифмічної) на проєктивних просторах $\mathbb{F}\mathbb{P}^{d-1}$. Проте оцінки для енергії Гріна наведено через абстрактні абсолютні сталі. У дослідженні варто було б окреслити конструктивні підходи до явного обчислення або алгоритмічного звуження меж цих сталих для найскладнішого випадку — октоніонного простору Келі (площини Келі $\mathbb{O}\mathbb{P}^2$).

8. У підрозділі 5.1 при запровадженні концепції гіперрівномірності точкових множин на d -вимірному торі розглянуто три випадки тестових об'єктів: кулі великого, малого та проміжного розмірів, а також доведено рівномірність розподілу відповідних послідовностей. Водночас у роботі поза увагою залишено питання про те, чи існують специфічні типи точкових конфігурацій, які є гіперрівномірними для куль малого радіуса, але втрачають цю властивість у разі переходу до куль великого радіуса на торі. Наявність такого аналізу дозволила б чіткіше окреслити межі універсальності досліджуваних систем.

9. Як зазначено в рефераті та в дисертації, результати підрозділів 5.2 та 5.3, які стосуються покомпонентно-поцифрової побудови кубатурних формул та подолання прокляття розмірності, отримані у співавторстві й раніше були захищені О. Осісіюгу в її дисертаційному дослідженні на здобуття ступеня доктора філософії. З огляду на це, у роботі варто було б чіткіше розмежувати особистий внесок здобувачки, зокрема деталізувати, які саме елементи аналітичних доведень у зазначених підрозділах належать особисто Т.А. Степанюк, а також розкрити, як використання цих допоміжних результатів допомогло глибше обґрунтувати її власну концепцію гіперрівномірності точкових множин на торі.

Наведені зауваження не є суттєвими і не впливають на загальну високу оцінку дисертаційної роботи.

Парфінович Наталія Вікторівна, доктор фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, професор (по кафедрі математичного аналізу та оптимізації), завідувачка кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара МОН України, дала позитивний відгук із зауваженнями:

1. Висновки до розділів 2 і 3, а також загальні висновки до дисертації надмірно деталізовані та подрібнені. Для кращого сприйняття роботи їх варто було б викласти більш лаконічно, з чіткішим акцентом на ключових ідеях та науковій новизні здобутих результатів.

2. Праця [16], наведена у переліку основних публікацій за темою дисертації, не є публікацією у рецензованому науковому виданні, тому її включення до цього списку є недоцільним.

3. На підставі праць [5, 6] з переліку основних публікацій за темою дисертації співавтору Osisiogu вже було присуджено науковий ступінь доктора філософії. У зв'язку з цим включення джерел [5, 6] до списку основних праць за темою даної дисертації є небажаним та вимагає більш чіткого розмежування результатів.

4. У висновках до розділу 5 зазначено, що він базується, зокрема, на результатах праці авторки [235], однак у безпосередньому тексті матеріалів цього розділу посилання на дану публікацію відсутні.

5. Змістове наповнення розділу 5 здебільшого охоплено згаданими працями [5, 6]. З огляду на наведені вище зауваження, великий загальний обсяг дисертації, високий науковий рівень та завершеність результатів перших чотирьох розділів, відображених у достатній кількості публікацій належного рівня, вважаю, що матеріали п'ятого розділу не варто було включати до основного змісту дисертаційної роботи.

Скасків Олег Богданович, доктор фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, професор (по кафедрі теорії функцій і теорії ймовірностей), завідувач кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Львівського національного університету імені Івана Франка, дав позитивний відгук із зауваженнями:

1. Актуальність дослідження, проведеного у дисертації, у вступній частині написана автором дисертації дуже переконливо. Автором зроблено дуже детальний аналіз і співставлення багаточисельних результатів попередників. Співставлення основних результатів розділів 2 і 3 з результатами попередників взагалі виглядає ідеально. Проте система позначень годиться лише для того, щоб вузьким фахівцям в даній тематиці або ж представникам київської школи теорії наближень було нескладно його читати. Для автора даного відгуку при кожному черговому прочитанні таких текстів дисертацій розуміння написаного складає значні труднощі.

2. Список умовних позначень є доволі повним і зручним у використанні. Проте його розташований на с.27–29 і, зважаючи на те, що зміст дисертації є на с.21, його пошук (як і самого змісту) створює певні незручності. Для автора цього відгуку відсутність можливості негайного відшукування того, де написано відповідне означення, створювало певні непорозуміння і труднощі при читанні роботи, а також істотно гальмувало це прочитання.

3. Вище я вже непрямо про це згадав, але ще раз акцентую свою думку: у дисертаційній роботі немає принципово нових методів дослідження, а є лише вдосконалення глибоке або не дуже глибоке, відомих методів з теорії наближень. Принаймні про принципові труднощі при розв'язанні розглянутих проблем, в тексті не йдеться.

6. Про це опосередковано свідчить також велике різноманіття тверджень, винесених автором до основних результатів дисертації. На мій погляд, цей перелік потрібно було істотно скоротити і залишити в ньому описання результатів справді докторського рівня, якщо такі в тексті є. На мій погляд у дисертації такі результати докторського рівня, що характеризують високий рівень наукової компетентності і майстерності аналітика, у тексті дисертаційної роботи є. І я про це на мій погляд доволі переконливо написав вище.

4. Стосовно п. **Особистий внесок здобувача**. Як я вже відзначав вище, основні теореми і допоміжні твердження, присутні як в даній дисертації, так і в дисертації (O.Osisiogu, 2022), що на думку автора даного відгуку є порушенням норм академічної доброчесності, попри письмову згоду від O.Osisiogu на використання результатів з двох їхніх спільних публікацій в дисертації Т.А. Степанюк. Наявність спільних статей полегшує ситуацію для автора дисертації, бо не йдеться про пряме запозичення без посилання на джерело (плагіат), але використання одних і тих самих результатів у двох дисертаціях все одно є порушенням, якщо не дотримано суворих правил академічного розмежування.

Оскільки автори є співавторами публікацій, мова йде не про крадіжку чужого (плагіат), а про потенційне неправомірне дублювання наукових результатів або приписування чужого внеску (власне, в згаданому мною листі так і написано, що немає заперечень проти використання спільних результатів). Проте, в академічній дисертаційній системі діє правило: один науковий результат (наукове положення, захищений патент, виявлена закономірність) може бути винесений на захист лише один раз і лише одним здобувачем.

7. Мені знову ж не під силу розібратися у цьому хитросплетінні, хоча на мій погляд, на етапі оформлення дисертації Т.А. Степанюк, ці результати (з розділу 5) не слід було включати до своєї дисертації, а тим паче відносити до основних результатів. У цілковитій відповідності до **Положення ...**, самі спільні публікації, в яких опубліковані результати розділу 5, варто було написати у **Переліку публікацій автора даної дисертації що додатково відображають результати дисертаційного дослідження** або навіть віднести їх до основного списку, бо це цілком відповідає тому факту, що це є публікації автора за науковою тематикою дисертації. Проте на мій погляд, і цього не потрібно було робити, а просто навести їх з загальному списку всіх публікацій, бо і щодо кількісних показників публікацій автора і стосовно якості частини дисертації без цих спільних результатів, можна сказати, що вони повністю відповідали би вимогам до докторських дисертацій (див. вище у даному відгуку). Для повноти картини, можна би було обмежитись лише формулюваннями цих результатів. В даній ситуації маємо певну правову колізію, яку автор відгуку з певністю не спроможний вирішити. Адже, якщо в останньому варіанті **Положення про порядок присудження ...**, нема чіткої згадки про те, що одні і ті ж результати не можуть виноситися на захист в дисертаціях різних авторів, проте, чітко написано про дотримання правил доброчесності. Стосовно дотримання правил строгої доброчесності – я зробив спробу вище знайти відповідь.

5. Хоча доведення всіх тверджень є правильними і математично строгими, проте окремі місця в них вимагають набагато більшої детальності у викладах. Адже фразу, подібну на таку: використовувати нерівність (2.09), а також, що нерівність, а не нерівність (2.16), – декодувати іноді не дуже просто. Знову ж скажу про те, що, щоб викласти доведення істотно детальніше, після видалення розділу 5 залишалось би ще достатньо місця.

6. Описки. У дисертаційній роботі і авторефераті є ряд стилістичних і граматичних помилок, зустрічається неправильне вживання відмінків. Проте з контексту завжди зрозуміло про що йдеться і зміст при цьому не

спотворюється. Тому не наводимо список цих неточностей. На оправдання як автора дисертації, так і задля вибачення за свої допущені у цьому відгуку неточності, скажу лише, що як у першому варіанті тексту, так і навіть після внесення виправлень виявлених опісок, ймовірно такі в тексті ще залишаються. На разі редактори комп'ютерні не є настільки досконалими, щоб виявляти всі промахи написання в тексті.

Підсумовуючи цей перелік зауважень, зазначу, що виявлені огріхи не спотворюють змісту і сприйняття тексту дисертації, доведення якої, хоча й написані іноді занадто конспективно, проте є зрозумілими, а сумнівів у правильності основних положень дисертації у автора відгуку не виникає.

На дисертацію надійшли позитивні відгуки від директора інституту математики університету Любека, професора Юргена Престіна (Jürgen Prestin) та від директора Центру конструктивної апроксимації університету почесного професора математики Вандербільта Едварда Саффа (Edward Saff).

На реферат відгуків не надходило.

У дискусії взяли участь члени докторської ради:

Анатолій РОМАНЮК, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Анатолій КОЧУБЕЙ, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, член-кореспондент НАН України, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Ігор ШЕВЧУК, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Василь ОСТРОВСЬКИЙ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Сергій ПЛАКСА, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Володимир МИХАЙЛЕЦЬ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Олександр МУРАЧ, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, зауважив, що згадані у доповіді простори функцій на сфері пов'язані з просторами Хермандера і порекомендував ознайомитись з теорією таких просторів у його спільній з В.А. Михайлецем монографії;

Микола ДУДКІН, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

В'ячеслав ПИВОВАРЧИК, доктор фізико-математичних наук, професор, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень;

Андрій ШИДЛІЧ, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, 01.01.01, відгук позитивний, без зауважень.

При проведенні таємного голосування виявилось, що із 11 членів докторської ради, які взяли участь у голосуванні (з них 11 докторів наук за профілем дисертації), проголосували:

«За» 11 членів докторської ради,
«Проти» 0 членів докторської ради,
недійсних бюлетенів 0.

ВИСНОВОК

докторської ради Д 26.206.01 Інституту математики НАН України про дисертаційну роботу Степанюк Тетяни Анатоліївни «Дослідження апроксимативних характеристик функціональних множин та екстремальних властивостей багатовимірних точкових конфігурацій», подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Дисертаційну роботу присвячено дослідженню важливих екстремальних задач теорії наближень на класах диференційовних функцій однієї та багатьох змінних. В роботі встановлено оцінки для апроксимативних характеристик, нерівності типу Лебега та інтерполяційні нерівності типу Лебега на класах 2π -періодичних функцій, які задаються за допомогою поняття (ψ, β) -похідної. Також досліджено екстремальні властивості деяких важливих точкових множин на многовидах (d -вимірній сфері, багатовимірному торі, проєктивних просторах) на класах диференційовних функцій багатьох змінних. Тема дисертації є актуальною, оскільки вказані задачі та методи їх розв'язання є важливими як в теоретичних питаннях теорії наближень і сумісних розділах математики.

Одержано такі нові результати:

- Знайдено асимптотичні рівності для точних верхніх меж наближень сумами Фур'є в рівномірній метриці на класах 2π -періодичних функцій, які представляються у вигляді згорток функцій, які належать до одиничних куль просторів L_p з узагальненими ядрами Пуассона та встановлено асимптотичні рівності для точних верхніх меж рівномірних наближень сумами Фур'є на класах (ψ, β) -інтегралів від функцій φ , що належать одиничній кулі з простору

L_1 у випадку, коли послідовності спадають швидше за довільну степеневу функцію і повільніше за геометричну прогресію.

- Встановлено асимптотично непокресувані нерівності типу Лебега та інтерполяційні аналоги нерівностей типу Лебега для 2π -періодичних функцій f , які означаються узагальненими інтегралами Пуассона функцій φ з L_p .

- Знайдено асимптотичні рівності для дискретних s -енергій Рісса та логарифмічної енергій для послідовностей добре розподілених t -дизайнів та так званих стратифікованих вибірок (jittered sampling) на одиничній сфері. Встановлено двосторонні оцінки для мінімальних s -енергій, енергій Рісса, дискретної логарифмічної енергії та енергії Гріна на проєктивних просторах над скалярними областями дійсних чисел, комплексних чисел, кватерніонів чи октоніонів.

- Означено поняття гіперрівномірності на d -вимірному торі для великих і малих куль та куль проміжного розміру. Встановлено, що гіперрівномірні точкові множини є рівномірно розподілені на d -вимірному торі. Досліджено на гіперрівномірність послідовності QMC--дизайнів класів Соболева, ймовірнісні точкові процеси (відповідно до стратифікованих вибірок) і деякі детермінантові точкові процеси для великих і малих куль та куль проміжного розміру на d -вимірному торі.

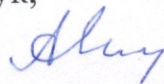
Дисертація Степанюк Тетяни Анатоліївни є завершеним науковим дослідженням, що має теоретичний характер. Одержані результати є новими, достовірними, строго обґрунтованими і достатньо повно опублікованими у провідних фахових виданнях, та в наукових журналах, що проіндексовані в наукометричних базах даних Scopus та Web of Science (серед яких, відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, є статті Q1, Q2, Q3 та Q4).

Спеціалізована вчена рада Д 26.206.01 вважає, що дисертаційна робота «Дослідження апроксимативних характеристик функціональних множин та екстремальних властивостей багатовимірних точкових конфігурацій», подана на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, за рівнем наукових досліджень, їх актуальністю, науковою новизною, а також кількістю публікацій у фахових виданнях відповідає вимогам пп. 7–9 «Порядку присудження та позбавлення наукового ступеня доктора наук» затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 1197 від 17.11.2021 року (зі змінами і доповненнями, внесеними постановою Кабінету Міністрів України від 19 травня 2023 року № 502), а також пп. 1 та 2 Наказу МОН України № 1220 від 23.09.2019 року (зі змінами, внесеними згідно з Наказом МОН № 496 від 27.05.2022) «Про опублікування результатів дисертацій на здобуття наукових ступенів доктора і

кандидата наук», що висувуються до докторських дисертацій, а її авторка, Степанюк Тетяна Анатоліївна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

На підставі результатів таємного голосування та прийнятого висновку докторська рада присуджує **Степанюк Тетяні Анатоліївні** науковий ступінь **доктора** фізико-математичних наук за спеціальністю **01.01.01** — математичний аналіз.

Головуючий на засіданні
спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01
з присудження наукового ступеня доктора наук,
член кореспондент НАН України



Анатолій КОЧУБЕЙ

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01
з присудження наукового ступеня доктора наук
доктор фізико-математичних наук



Андрій ШИДЛИЧ



«22» вересня 2026 року