

Голові

разової спеціалізованої вченої ради
Інституту математики НАН України
доктору фізико-математичних наук,
професору, академіку НАН України,
завідувачу відділу алгебри і топології
Інституту математики НАН України
Максименку Сергію Івановичу

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу **Єлагіна Володимира Олексійовича** на тему:
“Неперервні структурно фрактальні функції, означені
в термінах Q_s -зображення та негa- Q_s -зображення чисел”,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
у галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 111 Математика

Основними об'єктами дисертаційного дослідження Єлагіна В.О. є -- неперервні дійсні функції дійсної змінної з автомодельними графіками, серед яких монотонні та ніде не монотонні функції, функції обмеженої та необмеженої варіації; функції розподілу і характеристичні функції випадкових величин, визначених розподілами цифр у системі кодування чисел зі скінченним алфавітом, а також -- група неперервних перетворень одиничного відрізка, які зберігають хвости негa- Q_s -зображення чисел. Ці об'єкти мають структурно фрактальні властивості, що і визначає методи для їх досліджень.

Функції з фрактальними властивостями є популярним типовим об'єктом наукових досліджень, які ведуться в наш час багатьома дослідниками в різних наукових центрах, зокрема в Україні. Основним методом задання та дослідження функцій є IFS-метод (метод ітерованих функцій). Але для українських дослідників є популярним метод задання функції перетворювачами (автоматами зі скінченною пам'яттю), які відображають цифри зображення аргумента в цифри, що задають значення функції. Ці методи мають різну термінологію, хоча, по суті дуже дуже близькі. Теорія неперервних ніде не монотонних, зокрема недиференційованих, функцій на сьогодні обмежується дослідженнями лише параметризованих класів функцій. В цій роботі за параметр вперше береться локальний показник Гельдера з прив'язкою до специфіки зображення аргумента, залежно від чи точка має два зображення чи одне, зображення числа є нормальним чи ні, і т. п. Отже, дисертаційне дослідження Єлагіна В.О. є цілком актуальним.

Аналіз структури та змісту роботи. Робота детально структурована і складається з 5 розділів, розбитих на підрозділи, списку скорочень і умовних позначень, висновків до кожного з розділів, загальних висновків, списку використаних джерел і додатка, який містить список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертаційного дослідження.

Розділ 1 *«Концептуальні засади дослідження та огляд літератури»* носить вступний характер і не містить результатів, які виносяться на захист. У ньому наведено формулювання ключових понять і відомих фактів, які використовуються в дисертації; проведено огляд літератури з тематики дослідження.

Розділ 2 *«Клас неперервних ніде не монотонних функцій, означених в термінах Q_s -зображення чисел»* у роботі є центральним і найбільш змістовним. У ньому для відомого класу неперервних функцій з самоафінними графіками вивчаються показники Гельдера, множини глобальних екстремумів, множини рівнів, наведено ряд цікавих модельних прикладів.

Розділ 3 *«Функції, визначені в термінах нега-двійкового зображення чисел»* містить один з головних результатів дослідження, а саме теорему, яка встановлює континуальність некомутативної групи неперервних перетворень одиничного відрізка (бієктивного відображення відрізка на себе), що зберігають хвости нега-двійкового зображення чисел. У цьому розділі наведено застосування нега-двійкового зображення чисел до побудови класу ортогональних функцій типу функцій Радемахера, та побудови аналогів рядів Уолша.

Розділ 4 *«Нега- Q_s -зображення чисел та його властивості»* присвячений метричному двійнику Q_s -зображення чисел одиничного відрізка, яке є самоподібним узагальненням класичного s -кового зображення. Тут обґрунтовано висновок про те, що нега- Q_s -зображення по суті є перекодуванням Q_s -зображення, оскільки мають місце прості формули взаємозв'язку між зображеннями одного і того ж числа.

Розділ 5 *«Нескінченні згортки Бернуллі, керовані нега-двійковим рядом»* присвячений традиційному, у певному сенсі, об'єкту дослідження для відділу динамічних систем та фрактального аналізу Інституту математики НАН України, а саме -- розподілу випадкової величини, цифри нега-двійкового зображення якої є незалежними випадковими величинми або утворюють однорідний ланцюг Маркова. Тут автору вдалось скористатись взаємозв'язком нега-двійкового зображення чисел з двійковим і відомими фактами для двійкового зображення. В результаті доведено лебегівську чистоту розподілу і отримати аналог критерію належності розподілу кожному з трьох чистих лебегівських типів.

Наукова новизна.

1. Локальний показник Гельдера неперервних ніде не монотонних функцій скоріше за все ніхто досі не досліджував. В цьому аспекті -- новизна та оригінальність отриманих результатів дослідження, які характерні своєю вичерпністю.

2. Групові властивості неперервних перетворень множини добре відомі, але потужність множини перетворень, які зберігають хвости нега- Q_s -зображення, далеко нетривіальна задача, яку автору вдалось розв'язати.

3. Важливою складової роботи є аналіз взаємозв'язків зображень чисел.

Зауваження.

- (1) Об'єкти дослідження тісно пов'язані з теорією динамічних систем, але про це в роботі мало сказано.
- (2) Пункт 3.4 є відносно автономним і здається логічно не завершеним, принаймні не має пояснення як він вписується в загальну концепцію дослідження.
- (3) В роботі зустрічаються мовні огріхи стилістичного та орфографічного змісту, неоднорідність в позначеннях (наприклад).
- (4) Список використаних джерел достатньо бідний. Огляд літератури занадто обмежений роботами і результатами, які безпосередньо стосуються об'єктів, які розглядаються.
- (5) Один з підрозділів першого розділу має назву «Ряди Радемахера-Уолша», але у цьому пункті про ряди Радемахера не йдеться.

(6) В роботі немає завершеності у дослідженні випадку з марківською залежністю цифр, але це природньо, адже вичерпної відповіді ще не отримано і для інших зображень чисел.

Висновок.

Вважаю, що ця дисертаційна робота є самостійним в основному завершеним щодо запланованих питань науковим дослідженням, результати якого мають наукову цінність та відповідають установленим вимогам до кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Дослідження виконано з дотриманням норм академічної доброчесності, порушень яких у тексті дисертації та наукових публікаціях здобувача я не виявив.

Отже, дисертаційна робота Володимира Олексійовича Єлагіна та відповідні наукові публікації за актуальністю, науковою новизною та оформленням відповідають спеціальності 111 Математика та задовольняють вимоги постанови № 44 Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», а їх автор заслуговує на присудження ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Провідний науковий співробітник
Інституту математики НАН України,
доктор фіз.-мат. наук,
професор

Кошманенко В.Д.