

Квантова галузуниса та неоконечні іри

Всє відображенє в H над $\mathbb{C}$.

Стан (1) вектор $f \in H$, $\|f\|=1$ та розклад до λf , $|\lambda|=1 \Leftrightarrow P_f$

2) Нероз'єднаний оператор $S \geq 0$, $\text{Tr } S = 1$

3) Стан на C^* -алгебрі $B(H)$ $\varphi: B(H) \rightarrow \mathbb{C}$

$A \geq 0 \Leftrightarrow$

$f \in H(Ax) \geq 0$

$$\varphi(\lambda A + \mu B) = \lambda \varphi(A) + \mu \varphi(B)$$

$$\forall A \geq 0 \quad \varphi(A) \geq 0, \quad \varphi(I) = 1.$$

$$1) \Rightarrow 2) \quad f \mapsto P_f, \quad P_f \geq 0, \quad \text{Tr } P_f = \text{dim } P = 1$$

$$2) \Rightarrow 1) \quad S \geq 0, \quad \text{Tr } S = 1 \quad S = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i P_i, \quad \text{dim } P_i = 1 \Rightarrow \sum \lambda_i = 1.$$

$$2) \Rightarrow 3) \quad \varphi(A) = \text{Tr}(AS), \quad \text{у випадку } \text{dim } H < \infty \quad \forall \varphi \text{ має такий вигляд.}$$

$$\text{у випадку } P_f \quad \varphi(A) = (Af, f).$$

Вимірвання. "Приклад" $(M_j)_{j=1}^n$, $M_j \in B(H)$, $M_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^n M_j = I$.

$\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ - можливі значення того, що ми вимірюємо.

Процедура вимірвання f -стан $\rightarrow$ отримують результат λ_j

з ймовірністю $(M_j f, f) = p_j$. Випадє $\sum_{j=1}^n p_j = 1$.

Стан f зупинився в $\frac{M_j f}{\|M_j f\|}$.

Спектральне $A = A^*$. $A = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i$, $\sum_{j=1}^n P_j = I$.

f -стан $f \mapsto \frac{P_j f}{\|P_j f\|}$.

До вимірвання значення A в стані f - середнє значення,

середнє значення (Af, f) .

Якщо розглядати дві системи в H_1, H_2

Об'єднана система реалізується в $H_1 \otimes H_2$.

Спінний стан - вектор в $H_1 \otimes H_2 \ni f$, $\|f\|=1$

Залишковий стан: вектор, який не поділяється у вигляді $f_1 \otimes f_2$.

Приклад нехай $H_1 = H_2 = \mathbb{C}^2$, $f = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2)$.

Розглянемо в H_1 вимірвання P_1, P_2 - проектори на e_1, e_2

в H_2 - ті ж проектори

Знаємо вимірвання $(P_j \otimes I)_{j=1}^2 \rightarrow$ отримавмо для i елементу $j: 1$ або 2

$$\text{з ймовірністю} \quad (P_j f, f) = \frac{1}{2}$$

тогда норма в $\frac{P_j f}{\|P_j f\|}$ $\frac{P_j f}{\|P_j f\|} = e_j \otimes e_j$

Для других значений $(I \otimes P_k)_{k=1}^2$ $(P_k e_j \otimes e_j, e_j \otimes e_j) = \begin{cases} 1, k=j \\ 0, k \neq j \end{cases}$
 $\Rightarrow$ ортонормированность j и независимость I_k .

Нормированные стр. A, B - нормированные стр. V с н.б.е.
 X, Y - множества значений для A, B
 A, B - матрицы $n \times m$
 $\lambda(x, y, a, b) \in \{0, 1\}$ - корреляция.
 A та B не коррелируют.

Детерминированная стратегия. Заданы функции: $f_A: X \rightarrow A, f_B: Y \rightarrow B$.
 Стратегия выигрыша, если, игроки знают выигрыш.
 Локальная стратегия - выделенные системы детерминированы.

Стратегия игроков корреляция $p(a, b | x, y)$ - совместная
 отрицательная корр. (a, b) на паре (x, y) . $\sum_{a \in A, b \in B} p(a, b | x, y) = 1$.

Стратегия без коммуникации (NS): выигрыш:

$$p(a | x) = \sum_{b \in B} p(a, b | x, y'), \quad p(b | y) = \sum_{a \in A} p(a, b | x', y)$$

не зависят от x', y' .

Квантовая корреляция. Нечетко игроки могут использовать квантовую

стан $E \in H_1 \otimes H_2$. А нас интересует квантовая корреляция $(P_{a,x})_{a \in A, x \in X}$
 $\sum_{a \in A} P_{a,x} = I \quad \forall x \in X$. B - матрица $(Q_{b,y})_{b \in B, y \in Y}$, $\sum_{b \in B} Q_{b,y} = I \quad \forall y \in Y$.

А игрок x , использует $(P_{a,x})_{a \in A}$ до f , игрок b использует $(P_{a,x} \otimes I) f$, тогда переходим в $\frac{(P_{a,x} \otimes I) f}{\|(P_{a,x} \otimes I) f\|}$.

В игрок y , использует $(I \otimes Q_{b,y})_{b \in B}$ до g

$$\frac{(P_{a,x} \otimes I) f}{\|(P_{a,x} \otimes I) f\|} \text{ игрок } b \text{ использует } (I \otimes Q_{b,y})(P_{a,x} \otimes I) f, (P_{a,x} \otimes I) f$$

$$= ((P_{a,x} \otimes Q_{b,y}) f, f)$$

$$p(a, b | x, y) = (P_{a,x} \otimes Q_{b,y} f, f) \text{ - квантовая корреляция.}$$

т.е. Use NS-корреляция. $\sum_{b \in B} p(a, b | x, y) = \sum_{b \in B} (P_{a,x} \otimes Q_{b,y} f, f) = (P_{a,x} \otimes (\sum_{b \in B} Q_{b,y}) f, f)$
 $= (P_{a,x} \otimes I) f, f$.

Классификация Мортина-Переса.

Гр $\in$ не вырожденная 3×3 матрица

$X = \{1, 2, 3\}$ - номер ряда

$|A| = 4$ $A = (a_1, a_2, a_3)$ $a_j \in \{-1, 1\}$, $a_1 a_2 a_3 = 1$

$Y = \{1, 2, 3\}$ - номер столбца

$|B| = 4$ $B = (b_1, b_2, b_3)$ $b_j \in \{-1, 1\}$, $b_1 b_2 b_3 = -1$

$\lambda = 1$, $\text{если } a_y = b_x$.

Детерминанты: вычисляются элементарными операциями, а не в клетках.

$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. $\in \mathbb{C}^2$

$\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 = \mathbb{C}^4$



$(A_{ij})_{i,j=1}^3 = A = \begin{pmatrix} I \otimes \sigma_z & \sigma_z \otimes I & \sigma_z \otimes \sigma_z \\ \sigma_x \otimes I & I \otimes \sigma_x & \sigma_x \otimes \sigma_x \\ -\sigma_x \otimes \sigma_z & -\sigma_z \otimes \sigma_x & \sigma_y \otimes \sigma_y \end{pmatrix}$ Вывод $\text{дог. элемент} = 1$
 $\text{столбец} = -1$

1) Вei матрица имеет - матрица и элемент $\{-1, 1\}$

2) дог. элемент $\neq$ $\text{ряд} = 1$

3) дог. элемент $\neq$ $\text{столбец} = -1$

4) элемент коронного ряда коммутатив ,
 элемент коронного столбца коммутатив

Спектральная теорема для X ряда: в $\mathbb{C}^4 = \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$

Выводы:

$G(A_{x1}, A_{x2}, A_{x3}) \ni a = (\lambda_{x1}, \lambda_{x2}, \lambda_{x3})$ - список внешних значений

Обозначим $A_{x1}, A_{x2}, A_{x3} = I, \Rightarrow \lambda_{x1} \lambda_{x2} \lambda_{x3} = 1$, при условии $\lambda_{x1}, \lambda_{x2}, \lambda_{x3} \in \{-1, 1\}$

Откуда, $A = G(A_{x1}, A_{x2}, A_{x3})$, суммирует по a $G(A_{x1}) = G(A_{x2}) = G(A_{x3})$

единица: $\sum_{a \in A} P_{a,x} = I$, $x \in X$. тогда $A_{xj} = \sum_{a = (\lambda_{x1}, \lambda_{x2}, \lambda_{x3}) \in G(A_{x1}, A_{x2}, A_{x3})} \lambda_{xj} P_{a,x}$

аналогично для B $(A_{ij})_{i,j=1}^3$ - коммутатив и при условии $y \in Y$.

Суммирует по y $\sum_{y \in Y} Q_{by} = I$, $B = G(A_{1y}, A_{2y}, A_{3y})$, в $\mathbb{C}^4 = \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$

В пространстве $\mathbb{C}^4 \otimes \mathbb{C}^4 = (\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2) \otimes (\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2)$ выделено

$\mathbb{F} = \frac{1}{2} ((e_1 \otimes e_1) \otimes (e_1 \otimes e_1) + (e_1 \otimes e_2) \otimes (e_1 \otimes e_2) + (e_2 \otimes e_1) \otimes (e_2 \otimes e_1) + (e_2 \otimes e_2) \otimes (e_2 \otimes e_2))$

тогда $p(a, b | x, y) = (P_{a,x} \otimes Q_{b,y})_{\mathbb{F}, \mathbb{F}}$ - вычисление корреляции.