

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Заступник Директора  
Інституту математики НАН України  
з наукової роботи



Віталій ВАСИЛИК  
11.06.2026 р.

**\* ВИСНОВОК**

семінару відділу математичних проблем механіки та теорії керування  
Інституту математики Національної академії наук України  
про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів  
дисертації Лагодзінського Олександра Євгенійовича на тему «Асимптотична  
нелінійна теорія усталених резонансних коливань рідини в контейнері  
квадратного перерізу» подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі  
знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна  
математика

Застосовуючи методи аналітичної механіки, варіаційний формалізм Бейтмена–Люка, нелінійний модальний метод Майлза–Луковського та асимптотику Наріманова–Моїсеева, ця дисертація розвиває асимптотичну нелінійну теорію усталених резонансних коливань рідини в контейнері квадратного перерізу за наявності демпфування. Основну увагу приділено випадку малих тривимірних періодичних рухів контейнера з частотою, близькою до найнижчої власної частоти коливання рідини. Особливість задачі полягає в тому, що для квадратного перерізу дві найнижчі власні частоти збігаються, а тому в системі можуть виникати суттєво тривимірні усталені хвильові режими.

Основними результатами, що визначають наукову новизну дисертації та виносяться на її захист, є наступні:

1. Вперше побудовано асимптотичну нелінійну теорію усталених резонансних коливань рідини в контейнері квадратного перерізу за довільних малих тривимірних періодичних збурень. На відміну від попередніх підходів, орієнтованих переважно на окремі типи гармонічних збурень, у роботі розглянуто загальний клас резонансних періодичних рухів контейнера. Це дозволило перейти від часткових постановок до систематичного опису можливих усталених хвильових режимів у квадратному баку.
2. Доведено асимптотичну еквівалентність довільного резонансного збурення відповідному горизонтальному орбітальному руху контейнера. Показано, що в асимптотичному резонансному наближенні довільне мале тривимірне періодичне збурення контейнера може бути зведене до еквівалентного еліптичного руху в горизонтальній площині. Така редукція істотно спрощує класифікацію хвильових режимів,

оскільки складний просторовий рух контейнера описується параметрами відповідної еліптичної орбіти: формою еліпса, його орієнтацією відносно стінок бака та напрямом обходу.

3. Побудовано та проаналізовано секулярну систему, яка визначає амплітуди, фазові зсуви та стійкість усталених резонансних хвиль. Задачу побудови періодичних розв'язків модальної системи типу Наріманова–Моїсеєва зведено до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно амплітудних параметрів. Отримано альтернативні форми цієї системи, зручні для аналітичного та чисельно-аналітичного дослідження, а також для побудови амплітудно-частотних характеристик.
4. Класифіковано основні типи усталених резонансних хвиль у контейнері квадратного перерізу. У межах побудованої асимптотичної теорії описано можливі хвильові режими, зокрема стоячі, майже стоячі, діагональні, майже діагональні та вихрові хвилі. Встановлено, як тип реалізованого режиму залежить від параметрів еквівалентного орбітального руху контейнера, частоти збурення та демпфування.
5. Побудовано амплітудно-частотні характеристики для різних типів орбітальних збурень контейнера. Розглянуто кругові орбітальні збурення, еліптичні орбіти канонічного типу, еліптичні орбіти з віссю вздовж діагоналі квадратного контейнера та косі еліптичні збурення. Для кожного з цих випадків досліджено гілки усталених розв'язків, їхню стійкість та можливі біфуркаційні переходи.
6. Встановлено вплив демпфування на структуру усталених резонансних режимів. Показано, що демпфування не лише кількісно змінює амплітудно-частотні характеристики, але й може впливати на реалізованість окремих типів хвиль. Зокрема, воно відіграє суттєву роль у визначенні стійких режимів та у відборі хвиль, які можуть спостерігатися при орбітальних збуреннях контейнера.

Загалом, дисертація розв'язує актуальну задачу теорії резонансного хлюпання рідини: класифікацію усталених хвильових рухів у контейнері квадратного перерізу за довільних малих тривимірних періодичних збурень із частотою, близькою до найнижчої власної частоти. Одержані результати мають передусім теоретичне значення для розвитку нелінійних модальних та асимптотичних методів у гідромеханіці. Вони також можуть бути використані для подальшого аналізу динаміки рідини в інженерних системах, де важливими є резонансні режими, стійкість хвиль, фазові характеристики та гідродинамічні навантаження на стінки резервуара.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 4 наукових працях, що відповідно до чинних вимог зараховуються як 5 публікацій. Зокрема, одна стаття опублікована у виданні квартиля Q1 відповідно до класифікації SCImago Journal & Country Rank і прирівнюється до двох публікацій; одна стаття — у фаховому виданні України категорії А, що індексується у Scopus; одна стаття — у фаховому виданні України категорії Б;

ще одна праця є розділом у колективній монографії, що індексується у Scopus. Апробацію результатів дисертації засвідчено 5 тезами доповідей, опублікованими за матеріалами міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій, семінарів і воркшопів.

1. Faltinsen O. M., Lagodzinskyi O. E., Timokha A. N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin. Part 5. Three-dimensional non-parametric tank forcing. *Journal of Fluid Mechanics* 894 (2020), A10. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.253> (Scopus/WoS — Q1).
2. Lagodzinskyi O. E., Timokha A. N. Counter- and co-directed swirling-type waves due to orbital excitations of a square-base tank. *Доповіді Національної академії наук України*, № 6 (2021), 45–51. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2021.06.045> (фахове видання, категорія Б).
3. Timokha O. M., Lagodzinskyi O. E. Steady-state sloshing in an orbitally forced square-base tank. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics*, № 1 (2019), 210–213. <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2019/1.49> (фахове видання — А, індексується Scopus).
4. Lagodzinskyi O., Timokha A. Swirling-Type Sloshing in Square Base Tank Due to Orbital Excitations. In: Timokha A. (ed.) *Analytical and Approximate Methods for Complex Dynamical Systems. Understanding Complex Systems*. Springer Cham, 2025. ISSN 1860-0832. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-77378-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-031-77378-5_1) (Scopus — Q4).
5. Lahodzinskyi O. Resonant three-dimensional steady-state resonant sloshing in square-base tank for arbitrary periodic nonparametric forcing. *International Conference of Young Mathematicians*, June 3–5, 2021, Institute of Mathematics of NAS of Ukraine (online), Kyiv, Ukraine. [https://www.imath.kiev.ua/~young/youngconf2021/Abstracts\\_2021.pdf](https://www.imath.kiev.ua/~young/youngconf2021/Abstracts_2021.pdf)
6. Lahodzinskyi O., Timokha A. N. Resonant three-dimensional steady-state oscillations of a liquid in a container with a square-cross section under arbitrary periodic nonparametric disturbances. *VI International Scientific Conference “Modern Problems of Mechanics”*, August 30–31, 2021, Kyiv, Ukraine. [https://lcwf.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2021/08/PROGRAM\\_MPM\\_2021\\_UKR.pdf](https://lcwf.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2021/08/PROGRAM_MPM_2021_UKR.pdf)
7. Лагодзінський О. Є. Резонансні тривимірні усталені коливання рідини в контейнері квадратного перерізу. *Міжнародна наукова конференція Сучасні проблеми механіки та математики 2023*, 23–25 травня 2023 р., Львів, Україна. [https://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/ma09\\_06.pdf](https://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/ma09_06.pdf)
8. Лагодзінський О. Є. Деякі характеристики резонансних тривимірних усталених коливань рідини в контейнері квадратного перерізу. *VII International Scientific Conference “Modern Problems of Mechanics”*, 28–29 August 2023, Kyiv, Ukraine. [https://lcwf.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2023/08/ABSTRACTS\\_MPM\\_2023\\_UKR.pdf](https://lcwf.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2023/08/ABSTRACTS_MPM_2023_UKR.pdf)

9. Lahodzinskyi O. Swirling-type sloshing in square base tank due to orbital excitations. Workshop “Complex Dynamical Systems — 2023”, October 2–4, 2023, Kyiv, Ukraine. <https://events.imath.kiev.ua/event/1451/>

Основні результати дисертації доповідалися й обговорювалися на:

- Семінарі відділу математичних проблем механіки та теорії керування Інституту математики НАН України, м. Київ, 2020-2026 рр.
- International Conference of Young Mathematicians, м. Київ, 3-5 червня 2021 р.
- VI International Scientific Conference “Modern Problems of Mechanics”, м. Київ, 30-31 серпня 2021 р.
- Міжнародній науковій конференції “Сучасні проблеми механіки та математики - 2023”, м. Львів, 23-25 травня 2023 р.
- VII International Scientific Conference “Modern Problems of Mechanics”, м. Київ, 28-29 серпня 2023 р.
- Workshop Complex Dynamical Systems-2023, м. Київ, 2-4 жовтня 2023 р.

Дисертаційне дослідження Лагодзінського Олександра Євгенійовича є завершеною роботою. Усі результати нові, отримані дисертантом самостійно, задовольняють вимогам Постанови Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 та можуть бути представлені до захисту дисертації на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Семінар відділу математичних проблем механіки та теорії керування рекомендує Вченій раді Інституту математики НАН України прийняти дисертаційну роботу О.Є. Лагодзінського на тему «Асимптотична нелінійна теорія усталених резонансних коливань рідини в контейнері квадратного перерізу» до захисту на здобуття ступеня доктора філософії та утворити разову спеціалізовану вчену раду з правом прийняття до розгляду та проведення разового захисту на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Завідувач відділу математичних проблем  
механіки та теорії керування  
член-кореспондент НАН України,  
доктор фізико-математичних наук  
професор

Олексій МАЗКО

Секретар семінару відділу  
Старший науковий співробітник,  
кандидат фізико-математичних наук  
старший дослідник

Олександр СОЛОДУН