



ЗАТВЕРДЖУЮ  
Заступник Директора  
Інституту математики НАН України

Віталій ВАСИЛИК  
06.04.2026 р.

## ВИСНОВОК

семінару відділу математичних проблем механіки та теорії керування Інституту математики Національної академії наук України про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації Шамрая Максима Борисовича на тему «Low-rank approximations, perturbation bounds, and their role in model compression» («Низькорангові наближення, оцінки збурень та їх роль у компресії моделей») подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика

Застосовуючи збурювальний підхід до аналізу стиснення моделей, у цій дисертації вперше в літературі розроблено узагальнену математичну основу для поєднання низькорангових апроксимацій та прорідження нейронних мереж із явними гарантіями якості. Основна увага приділяється спектральним властивостям конкатенованих матриць, побудові алгоритмів кластеризації з контролем похибки SVD та аналізу впливу прорідження на якість моделей у задачах обробки мови, керування та навчання з підкріпленням.

Основними результатами, що визначають наукову новизну дисертації та виносяться на її захист, є наступні:

1. Вперше отримано кількісні оцінки збурень сингулярних значень для конкатенованих матриць при блокових збуреннях: На відміну від класичних результатів, що розглядають окремі матриці, у роботі проведено порівняльний аналіз грамових представлень, що дозволяє встановити умови точності оцінок та їх інтерпретованості для задач стиснення.
2. Запропоновано новий підхід до групування матриць у задачах низькорангового стиснення: Запропоновано нову постановку компресійно-орієнтованої кластеризації, у якій об'єднання матриць допускається лише за умови дотримання заданого обмеження на

- відносну похибку відновлення, що усуває евристичний характер існуючих методів.
3. Вперше встановлено глобальні та інкрементальні оцінки, що пов'язують зростання сингулярних значень із контролем похибки апроксимації: Отримані результати забезпечують теоретично обґрунтовані критерії прийняття рішень при послідовному формуванні кластерів і дозволяють гарантувати дотримання заданого рівня точності.
  4. Запропоновано нові алгоритмічні стратегії кластеризації для конкатенованого SVD-стиснення: Розроблено та проаналізовано три підходи, які відображають компроміс між обчислювальною ефективністю, строгістю гарантій та досяжним рівнем стиснення.
  5. Вперше систематично досліджено мовну залежність прорідження великих мовних моделей: Показано, що вибір калібрувальних даних істотно впливає на якість після прорідження, зокрема в умовах напівструктурованого прорідження та для української мови.
  6. Запропоновано новий підхід до побудови геометрії мов на основі сигналів прорідження: Введено метричний простір мов, визначений бінарними векторами важливості ваг, та експериментально підтверджено його узгодженість із мовними сім'ями на великому корпусі з 106 мов.
  7. Подальшого розвитку набули методи аналізу робастності нейронних мереж у задачах керування: Виведено явні оцінки впливу прорідження типу OBD/OBS на вихід моделі та поширено їх на багат шарові мережі з можливістю обчислення на основі незжатої моделі.
  8. Вперше отримано неасимптотичні оцінки деградації якості в навчанні з підкріпленням при прорідженні політик: Встановлено зв'язок між збуреннями параметрів, відхиленням політик у метриці повної варіації та гарантованими втратами функціоналу якості, що дозволяє формувати практичні процедури контролю якості стиснення.

Загалом, дисертація розв'язує низку відкритих задач теорії стиснення моделей машинного навчання, поєднуючи строгі математичні оцінки з практичними алгоритмами. Отримані результати створюють узагальнену теоретичну основу для побудови методів стиснення з гарантованою якістю та мають практичне значення для ефективного використання моделей у задачах обробки даних, природної мови, керування та інтелектуальних систем, де критичними є обмеження ресурсів і вимоги до надійності.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 8 наукових працях. Серед них — 3 статті у наукових журналах (дві з яких індексуються в базі Scopus та належать до кватилів Q3 і Q4 відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, та одна — у фаховому виданні категорії B), 2 повні

статті у матеріалах міжнародних конференцій/воркшопів (одна з яких індексується в Scopus та належить до квартиля Q2), 2 тези доповідей на наукових конференціях, а також 1 препринт, у якому представлено розширені результати щодо стиснення на основі SVD конкатенованих матриць.

1. Shamrai M., Analysis of Perturbations of Singular Values in Concatenated Matrices, *Ukrainian Mathematical Journal*, 77, pp. 1136–1149, 2025, <https://doi.org/10.1007/s11253-025-02512-1> (Scopus Q3, WoS Q3, SJR Q3).
2. Shamrai M., Closed-Form Robustness Bounds for Second-Order Pruning of Neural Controller Policies, *Proceedings of the Institute of Applied Mathematics and Mechanics NAS of Ukraine*, 39, pp. 81-89, 2025, <https://doi.org/10.37069/1683-4720-2025-39-7> (Фаховий журнал категорії Б).
3. Shamrai M., Nonasymptotic Bounds on Return Degradation for OBD-Pruned Neural Controllers. *Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv, Physics and Mathematics*, 81(2), pp. 155-158, 2025, <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2025/2.24> (Scopus Q4, WoS Q4, SJR Q4).
4. Shamrai M., Concatenated Matrix SVD: Compression Bounds, Incremental Approximation, and Error-Constrained Clustering, 2026, <https://arxiv.org/pdf/2601.11626>.
5. Shamrai M., Hamolia V., Deep Language Geometry: Constructing a Metric Space from LLM Weights, In *Proceedings of the 15th International Conference on Recent Advances in Natural Language Processing*, pp. 1127–1136, Varna, Bulgaria, 2025, <https://aclanthology.org/2025.ranlp-1.130/> (Scopus Q2).
6. Shamrai M., Language-Specific Pruning for Efficient Reduction of Large Language Models, In *Proceedings of the Third Ukrainian Natural Language Processing Workshop (UNLP) @ LREC-COLING 2024*, pp. 135–140, Torino, Italia. ELRA and ICCL, 2024, <https://aclanthology.org/2024.unlp-1.16.pdf>.
7. Shamrai M., Perturbation Analysis of Singular Values in Concatenated Matrices, *Abstracts of the International Conference of Young Mathematicians*, Kyiv, The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2025, <https://www.imath.kiev.ua/~young/youngconf2025/abstracts/Shamrai.pdf>.
8. Shamrai M., Control Error Bound for Pruned Neural Controllers, VIII International Scientific Conference “Modern Problems of Mechanics”, Kyiv, Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2025, [https://drive.google.com/file/d/1OTC7p6qjED\\_sRUVvGoo8UFQPvUGihQEe](https://drive.google.com/file/d/1OTC7p6qjED_sRUVvGoo8UFQPvUGihQEe).

Основні результати дисертації доповідалися й обговорювалися на:

- Семінарі відділу математичних проблем механіки та теорії керування Інституту математики НАН України (Київ, 2022-2026 роки).
- Third Ukrainian Natural Language Processing Workshop (UNLP) at LREC-COLING, Torino, Italy, 2024.
- VIII Міжнародній науковій конференції «СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ». Київ, 28-29 серпня 2025 року.
- Міжнародна конференція молодих математиків, Київ, Інститут математики НАН України, 4-6 червня 2025 року.
- 15th International Conference on Recent Advances in Natural Language Processing, Varna, Bulgaria, 2025.
- Семінар молодих вчених, Київ, Інститут математики НАН України, 2026 рік.

Дисертаційне дослідження Шамрая Максима Борисовича є завершеною роботою. Усі результати нові, отримані дисертантом самостійно, задовольняють вимогам Постанови Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 та можуть бути представлені до захисту дисертації на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Семінар відділу математичних проблем механіки та теорії керування рекомендує Вченій раді Інституту математики НАН України прийняти дисертаційну роботу М.Б. Шамрая «Low-rank approximations, perturbation bounds, and their role in model compression» («Низькорангові наближення, оцінки збурень та їх роль у компресії моделей») до захисту на здобуття ступеня доктора філософії та утворити разову спеціалізовану вчену раду з правом прийняття до розгляду та проведення разового захисту на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Завідувач відділу математичних проблем механіки та теорії керування,  
член-кореспондент НАН України,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор

Олексій МАЗКО

Секретар семінару відділу,  
старший науковий співробітник,  
кандидат фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник

Олександр СОЛОДУН