

## Голові

разової спеціалізованої вченої ради  
Інституту математики НАН України  
доктору фізико-математичних наук,  
заступнику директора з наукових питань  
Інституту математики НАН України  
**Василику Віталію Богдановичу**

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

**Міляєва Антона Олександровича** на тему:

*“Machine learning of hydrodynamic reduced order models on nonlinear resonant liquid sloshing”*

*(“Машинне навчання гідродинамічних моделей редукованого порядку нелінійного резонансного коливання рідини в баках”)*,

подану на здобуття ступеня доктора філософії  
у галузі знань 11 Математика та статистика  
за спеціальністю 113 Прикладна математика

У дисертаційній роботі А.О. Міляєва розв'язано актуальну науково-прикладну задачу розробки та обґрунтування методів машинного навчання редукованих моделей нелінійного резонансного коливання рідини у жорстких баках. Тема роботи повністю відповідає спеціальності 113 Прикладна математика, а її результати мають як самостійне теоретичне значення, так і практичне застосування в аерокосмічній, морській та цивільній інженерії.

Мета дисертації досягнута, задачі виконано у повному обсязі. Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків та рекомендацій, сформульованих у дисертації, є достатнім, а достовірність результатів забезпечується коректним використанням апарату нелінійної модальної теорії типу Наріманова-Моїсєєва, асимптотичних методів та методів ідентифікації параметрів, а також узгодженням обчислень з незалежними експериментальними даними.

Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку; загальний обсяг роботи відповідає встановленим вимогам.

**Розділ 1** присвячено детальному огляду стану проблеми. Автором проаналізовано еволюцію мультимодального методу від класичних робіт 1950-60-х років до сучасних адаптивних систем, чітко сформульовано обмеженість потенціальної постановки щодо опису дисипативних ефектів та обґрунтовано необхідність запропонованого підходу.

**Розділ 2** містить математичну постановку задачі про коливання рідини з вільною поверхнею у жорсткому баці, виведення нелінійних модальних рівнянь Майлса-Луковського на основі варіаційного принципу Бейтмана-Люка та обґрунтування основних фізичних припущень.

**Розділ 3** містить основні результати щодо резонансного хлюпання у прямокутному баці: обґрунтовано структуру нелінійних членів демпфування, побудовано аналітичний періодичний розв'язок та виконано ідентифікацію коефіцієнтів за експериментальними даними Bäumlein & Avila (2021).

**Розділ 4** поширює отримані результати на випадок кругових хвиль у круговому циліндричному баці; отримано узгодження з відомими експериментальними вимірюваннями, включаючи коректне відтворення напрямку обертання хвилі.

**Розділ 5** містить загальні висновки та окреслює перспективні напрями подальших досліджень.

#### **Основними науковими результатами даної дисертації є:**

- ◆ доведено можливість асимптотично узгодженого введення нелінійних членів в'язкого демпфування до модальних рівнянь типу Наріманова-Моїсеєва для прямокутних та круглих циліндричних баків;
- ◆ виконано розробку алгоритму машинного навчання, який за обмеженою множиною експериментальних даних про фазові зсуви відновлює коефіцієнти функцій дисипації;
- ◆ знайдено чисельні значення коефіцієнтів демпфування для експериментальних конфігурацій Bäumlein-Avila (прямокутний бак) та для орбітальних збурень кругового циліндричного баку;
- ◆ показано, що демпфування вищих власних форм не є нехтовно малим, а демпфування первинно збудженої моди нелінійно залежить від амплітуди резонансної хвилі;
- ◆ встановлено узгодженість отриманих коефіцієнтів з нижніми аналітичними оцінками на основі теорії в'язкого пограничного шару та теорії Кулегана.

Отримані наукові результати є новими, вносять значний внесок в математичної гідродинаміки та можуть знайти практичне застосування при інженерних розрахунках.

Результати дисертації доповідалися на наукових семінарах, дисертація пройшла належну апробацію на наукових конференціях. Всі результати отримано А.О.Миляєвим особисто. Результати опубліковано у трьох статтях фахових журналів.

Дисертацію оформлено відповідно до вимог, що висуваються до кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порушень

академічної доброчесності у дисертації та наукових працях А.О. Міляєва не виявлено.

### **Зауваження та побажання до дисертаційної роботи:**

1. Дисертаційна робота є переважно фокусованою на випадку, коли домінантною є лише перша власна форма коливань. Бажано було б обговорити як узагальнити ці результати на адаптивні багатомодові системи, необхідні, зокрема, поблизу критичної глибини  $h \approx 0.3368$ . Для цих випадків не існує аналітичних розв'язків, що описують усталені хвилі.
2. У дисертації наявні поодинокі редакційні та стилістичні огріхи, що не впливають на науковий зміст та цінність роботи.
3. Деякі рисунки та підписи до них доцільно було б оформити більш уніфіковано (зокрема узгодити позначення змінних у тексті та на графіках).

Мої зауваження не впливають на високу оцінку рівня дисертаційної роботи та отриманих результатів, їх новизну та практичну значимість. Дисертаційна робота являє собою завершену наукову працю, виконану на високому професійному рівні і дозволяє зробити висновок про дисертанта – Антона Олександровича Міляєва як кваліфікованого вченого, здатного проводити самостійні наукові дослідження.

Дисертаційна робота і наукові публікації Антона Олександровича Міляєва за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідають спеціальності 113 Прикладна математика та задовольняють вимоги чинного законодавства України, що передбачені постановою № 44 Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», а їх автор заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

### **Офіційний опонент:**

Завідувач кафедри  
моделювання складних систем  
факультету комп'ютерних наук  
та кібернетики  
Київського національного  
університету імені Тараса Шевченка  
доктор технічних наук



Дмитро ЧЕРНІЙ

Дата 22.04.2026 р.