

Голові

разової спеціалізованої вченої ради
Інституту математики НАН України,
заступнику директора з наукових питань
Інституту математики НАН України,
доктору фізико-математичних наук,
старшому науковому співробітнику

Василику Віталію Богдановичу

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу

Міляєва Антона Олександровича на тему:

“Machine learning of hydrodynamic reduced order models on nonlinear resonant liquid sloshing”

(*“Машинне навчання гідродинамічних моделей редукованого порядку нелінійного резонансного коливання рідини в баках”*),

подану на здобуття ступеня доктора філософії
у галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 113 Прикладна математика

У дисертаційній роботі А.О.Міляєва виконано комплексне математичне дослідження, присвячене розробці методів машинного навчання нелінійних модальних моделей редукованого порядку, які описують резонансні коливання рідини в жорстких баках з вільною поверхнею. Робота поєднує апарат асимптотичної модальної теорії типу Наріманова-Моїсеєва із сучасними підходами прихованої фізики (відновлення математичних моделей через обмежену кількість експериментальних даних) та спрямована на подолання принципової проблеми класичних нев'язких модальних систем — неможливості з перших принципів описати в'язкі дисипативні ефекти у резонансному режимі.

Актуальність теми обумовлена широким спектром практичних застосувань математичної теорії динаміки коливання рідини в аерокосмічній, морській та цивільній інженерії, а також тим, що введення спекулятивних лінійних членів демпфування у редуковані моделі не завжди забезпечує адекватного опису фазових зсувів між гармонічним збуренням і вимушеною усталеною хвилею, що прямо зафіксовано у експериментах Bäuerlein та Avila (2021) для прямокутних баків і в експериментах

французьких гідромехаників, які інтенсивно аналізуються у працях І.А.Райновського (для кругових циліндричних контейнерів).

Дисертація **складається** зі вступу, п'яти розділів, висновків та додатку зі списком публікацій і відомостями про апробацію результатів. Структура роботи є логічно послідовною і відображає природний перехід від огляду стану проблеми до постановки задачі, її аналітичної складової та чисельно-експериментальної валідації отриманих теоретичних результатів.

У розділі 1 «Огляд літератури та концепція дисертації» подано систематичний аналіз розвитку мультимодального методу — від піонерських робіт Моїсеєва та Наріманова 1950-60-х років і варіаційного формулювання Луковського до сучасних адаптивних систем Фалтінсена-Тимохи. Автор чітко формулює відкриту проблему класичного підходу: мультимодальний метод, побудований на потенціальній (нев'язкій) моделі, з перших принципів, не здатен описати дисипативні ефекти, а феноменологічні лінійні коефіцієнти демпфування, взяті з експериментів про декремент затухання, не усувають відомих невідповідностей з експериментом (зсув фаз для хвиль в прямокутному баці за Bäuerlein & Avila, 2021; кругова хвиля в круговому контейнер -- роботи І.А.Райновського, 2018). На цій основі формулюється концепція роботи — введення нелінійних членів демпфування, узгоджених з асимптотикою Наріманова-Моїсеєва, та їх ідентифікація методами машинного навчання за обмеженою кількістю експериментальних даних.

У розділі 2 «Диференціальні, варіаційні та модальні формулювання задачі» наведено математично коректну постановку задачі про коливання рідини з вільною поверхнею у жорсткому баці, що здійснює рух з шістьма ступенями свободи. На основі варіаційного принципу Бейтмана-Люка виведено нелінійні модальні рівняння Майлса-Луковського у термінах узагальнених гідродинамічних координат $\beta_i(t)$ та швидкостей $R_i(t)$. Обґрунтовано припущення про нехтування поверхневим натягом (число Бонда $Bo \geq 10^4$) та про локальну дію в'язкості (число Галілея $Ga \gg 1$), що дозволяє у базовій постановці зберегти припущення про потенціальність течії. Окремо обговорено можливість введення лінійних членів демпфування в наближених модальних системах та меж їхньої застосовності.

У розділі 3 «Демпфоване двовимірне нелінійне резонансне хлюпання у чистому прямокутному баці» однодомінантну модальну систему Фалтінсена-Тимохи, яка описує резонансні хвилі в прямокутному контейнері для поздовжніх збурень із частотою, близькою до найнижчої

власної частоти коливання рідини, оснащено нелінійними членами демпфування, структура яких узгоджена з асимптотичним упорядкуванням Моїсеєва. Першу основну теорему розділу присвячено висновкам відносно загальної структури цих додаткових членів, другу — побудові аналітичного асимптотичного періодичного розв'язку. За експериментальними даними Bäuerlein & Avila (2021) процедурою машинного навчання відновлено коефіцієнти регресії функцій дисипації; отримана узгодженість з експериментом є суттєво кращою за результати самих німецьких дослідників, які нехтували нелінійністю. Додатково показано, що методика може бути узагальнена на перехідні хвилі та на випадок зв'язаних рухів баку.

У розділі 4 «Демпфована кругова хвиля в круглому циліндричному баці» переглянуто та модифіковано адаптивну модальну систему типу Наріманова-Моїсеєва, що створена в роботах Фалтінсена, Луковського та Тимохи (2016). Ця модальна система не враховувала в'язке демпфування. У лінійному випадку показано, що коефіцієнти демпфування, які відображають декремент затухання завдяки в'язким ламінарним потокам на змоченій поверхні, не дозволяють узгодити теорію з експериментальними вимірюваннями фазового зсуву між усталеною круговою хвилею та гармонічним збуренням, що було детально задокументовано у роботах Райновського та Тимохи. У межах запропонованого у розділі 3 підходу модальні рівняння оснащено відповідними нелінійними членами демпфування, побудовано аналітичний асимптотичний періодичний розв'язок (теорема 4.1) та показано задовільне узгодження з експериментом.

У розділі 5 «Висновки» узагальнено результати роботи та окреслено перспективні напрями подальших досліджень: розширення методики на тривимірне хлюпання у складних геометріях, багатофазні потоки, неньютонівські рідини, гібридні підходи CFD-ROM та адаптивне керування у реальному часі на основі навчених моделей.

Основними науковими результатами дисертаційної роботи є:

- вперше у наковій літературі запропоновано асимптотично узгоджену структуру членів, які описують в'язке демпфування в модальних рівняннях типу Наріманова-Моїсеєва;
- розроблено алгоритм ідентифікації коефіцієнтів демпфування за обмеженою вибіркою експериментальних даних про фазові зсуви між збуренням та усталеною хвилею шляхом мінімізації відстані між теоретичною частотно-фазовою кривою та точками вимірювань, що реалізується методом градієнтного спуску з використанням

- алгоритму золотого перетину для одновимірної мінімізації за амплітудним параметром;
- для прямокутного баку відновлено коефіцієнти демпфування підтверджено узгодженість обчислених значень з нижніми оцінками декрементів затухання стоячих хвиль Стокса, наведеними у главі 6 монографії Фалтінсена та Тимохи;
 - для кругового циліндричного баку отримано коефіцієнти демпфування в модальній системі, що дозволили вперше теоретично описати експериментально зафіксований зсув фаз для кругової хвилі, тобто усунути відому невідповідність між класичною теорією та експериментом, яка дискутувалася у 2018 році І.Райновським та О.Тимохою;
 - показано, що в'язке демпфування вищих власних форм не може бути знехтуваним, а демпфування первинно збудженої моди є істотно нелінійною функцією амплітуди резонансної хвилі.

Отримані результати є новими, вносять значний внесок в розвиток модальної теорії коливання рідини й можуть знайти практичне застосування при розрахунках поведінки рідини в баках інженерних конструкцій.

Результати дисертації доповідалися на наукових семінарах та пройшла належну апробацію на наукових конференціях.

Дисертацію оформлено відповідно до вимог, що висуваються до кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порухень академічної доброчесності у дисертації та наукових працях А.О. Міляєва не виявлено.

Всі результати отримано А.О.Міляєвим особисто. Результати опубліковано у трьох статтях фахових журналів, включаючи *Journal of Fluid Mechanics* (Q1).

Зауваження та побажання до дисертаційної роботи:

- У роботі прийнято гіпотезу неперервності нелінійної функції дисипації \mathcal{E}_i ; було б доцільно окреслити межі її застосовності, зокрема щодо режимів з розривами суцільності вільної поверхні.
- Практичне застосування запропонованої процедури навчання проілюстровано на лінійній регресії для допоміжної функції $\mathcal{E}(a)$; чи не можна розширити результату до вищих степенів у регресії?
- У тексті дисертації трапляються поодинокі технічні неточності (зокрема, у бібліографічних посиланнях та нумерації формул).

Наведені зауваження є побажаннями подальшої роботи за цим напрямом та не впливають на високу оцінку рівня дисертаційної роботи та отриманих результатів, їх новину та практичну значимість.

Дисертаційна робота і наукові публікації Антона Олександровича Міляєва за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідають спеціальності 113 Прикладна математика та задовольняють вимоги чинного законодавства України, що передбачені постановою № 44 Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», а їх автор заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

Рецензент:

Провідний науковий співробітник
відділу математичних проблем механіки та теорії керування
Інституту математики НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник



Юрій ТРОЦЕНКО

20.04.2026 р.