

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Директор Інституту математики НАН України
академік НАН України  Олександр ТИМОХА

74 жовтня 2024 р.



В И С Н О В О К

семінару відділу математичної фізики
Інституту математики Національної академії наук України
про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів
дисертації Вінніченко Олександри Олександрівни на тему
“Geometric and algebraic properties of dispersionless Nizhnik equation”
(“Геометричні та алгебраїчні властивості бездисперсійного рівняння
Нижника”),
подану на здобуття ступеня доктора філософії
в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

Основою дисертаційного дослідження став розширений симетрійний аналіз (дійсного симетричного потенціального) бездисперсійного рівняння Нижника.

Крім відомих методів теорії алгебр Лі та диференціальних рівнянь, у роботі використовувалися інфінітезимальний ліівський підхід, обидва варіанти (на основі автоморфізмів та мегаідеалів) алгебраїчного методу побудови точкової симетрії (псевдо)групи системи диференціальних рівнянь, характеристичний метод побудови законів збереження систем диференціальних рівнянь, оптимізована версія методу ліівської редукції та мультиплікативне розділення змінних.

Основними результатами, що визначають наукову новизну дисертації та виносяться на її захист, є наступні:

- Застосовуючи оригінальну версію алгебраїчного методу на основі мегаідеалів, обчислено псевдогрупи точкової симетрії бездисперсійного рівняння Нижника, відповідного нелінійного представлення Лакса та бездисперсійного аналога симетричної системи Нижника. Також побудовано псевдогрупу контактної симетрії бездисперсійного рівняння Нижника, що є першим використанням оригінальної версії алгебраїчного методу на основі мегаідеалів для такої конструкції для диференціального рівняння.
- Показано, що необхідна алгебраїчна умова повністю визначає точкову псевдогрупу симетрії бездисперсійного рівняння Нижника. Це дало перший приклад системи диференціальних рівнянь із цією властивістю в літературі.
- Досліджено, чи підалгебри максимальної алгебри ліівської інваріантності бездисперсійного рівняння Нижника, які природним чином виникають у ході наведених обчислень, визначають дифеоморфізми, що стабілізують цю алгебру чи її перше продовження.

- Побудовано всі диференціальні рівняння з частинними похідними третього порядку з трьома незалежними змінними, які допускають ту саму алгебру лівської інваріантності, що й бездисперсійне рівняння Нижника. Знайдено набір геометричних властивостей цього рівняння, який однозначно його визначає.
- Вичерпно прокласифіковано одно- та двовимірні підалгебри максимальної алгебри лівської інваріантності бездисперсійного рівняння Нижника, що призвело до повної класифікації лівських редукцій цього рівняння.
- Детально досліджено лівські та точкові симетрії редукованих рівнянь, у тому числі проаналізовано, які з них відповідають прихованим симетріям вихідного рівняння. Вперше обчислено точкові групи симетрій редукованих рівнянь, зокрема тих, що не мають максимального рангу, включно з їх дискретними точковими симетріями.
- Побудовано широкі сім'ї нових точних інваріантних розв'язків бездисперсійного рівняння Нижника в замкненій формі в термінах елементарних функцій, функцій Ламберта та гіпергеометричних функцій, а також у параметричній або неявній формі.
- Мультиплікативне розділення змінних було використано для ілюстративної побудови неінваріантних розв'язків бездисперсійного рівняння Нижника.

Дисертація за своєю суттю є теоретичною. Отримані результати нові і можуть бути використані в подальших дослідженнях різних диференціальних рівнянь математичної фізики, які виникають у реальних застосуваннях.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 9 наукових публікаціях. Дві з них — у виданнях квартиля Q1 (відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank) прирівнюються до чотирьох публікацій. 7 робіт — тези доповідей на міжнародних та всеукраїнських наукових конференціях та семінарах.

1. Boyko V.M., Popovych R.O. and Vinnichenko O.O., Point- and contact-symmetry pseudogroups of dispersionless Nizhnik equation, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **132** (2024), 107915, 19 pp., doi:10.1016/j.cnsns.2024.107915, arXiv:2211.09759. (Scopus – Q1, WoS – Q1, SJR – Q1).
2. Vinnichenko O.O., Boyko V.M. and Popovych R.O., Lie reductions and exact solutions of dispersionless Nizhnik equation, *Anal. Math. Phys.* **14** (2024), 82, 56 pp., doi:10.1007/s13324-024-00925-y, arXiv:2308.03744. (Scopus – Q1, WoS – Q2, SJR – Q1).
3. Вінніченко О.О., Бойко В.М., Попович Р.О., Псевдогрупи точкових і контактних симетрій бездисперсійного рівняння Нижника, Тези доповідей Міжнародного симпозіуму “Симетрія та інтегровність рівнянь математичної фізики”, Київ, Інститут математики НАН України, 2022, <https://www.imath.kiev.ua/~appmath/Abstracts2022/Vinnichenko.html>.

4. Вінніченко О.О., Псевдогрупи точкових і контактних симетрій бездисперсійного рівняння Нижника та його нелінійного представлення Лакса, Тези доповідей Міжнародної конференції молодих математиків, Київ, Інститут математики НАН України, 2023, https://www.imath.kiev.ua/~young/youngconf2023/Abstracts_2023/DEMF/Vinnichenko.pdf.
5. Вінніченко О.О., Класичний симетрійний аналіз бездисперсійного рівняння Нижника, Abstracts of the Workshop Complex Dynamical Systems in the Science: Theory, Mathematical Modelling, Computing and Application, Київ, Інститут математики НАН України, 2023, <https://drive.google.com/file/d/1DUpr8UXjrM6rlOL-xdU42l-3A-diho0y>.
6. Вінніченко О.О., Симетрійні розв'язки бездисперсійного рівняння Нижника, Тези доповідей XII Всеукраїнської наукової конференції молодих математиків, Київ, Національний університет "Києво-Могилянська академія", 2024, https://mathconf.ukma.edu.ua/mathconf_xii.pdf.
7. Вінніченко О.О., Мультиплікативне розділення змінних для знаходження розв'язків бездисперсійного рівняння Нижника, Тези доповідей Конференції молодих учених "Підстригачівські читання – 2024", Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, 2024, <http://iapmm.lviv.ua/chyt2024/abstracts/Vinnichenko.pdf>.
8. Vinnichenko O.O., Boyko V.M. and Popovych R.O., Geometric and algebraic properties of dispersionless Nizhnik equation, Abstracts of the International Scientific Online Conference "Algebraic and Geometric Methods of Analysis", Odesa National University of Technology, Odesa, 2024, <https://imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2024/abstracts/texts/vinnichenko/vinnichenko.pdf>.
9. Vinnichenko O., Boyko V. and Popovych R., Geometric properties and exact solutions of dispersionless Nizhnik equation, Online materials of Bogolyubov Kyiv Conference "Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Kyiv, Ukraine, September 24–26, 2024, Abstract ID: 86, <https://www.imath.kiev.ua/~institute/BKC2024/abstracts/Vinnichenko.pdf>.

Основні результати дисертації доповідалися й обговорювалися на:

- Семінарах відділу математичної фізики Інституту математики НАН України (Київ, 2022–2024);
- Міжнародному симпозіумі "Симетрія та інтегровність рівнянь математичної фізики" (Київ, Інститут математики НАН України, 2022);
- Міжнародній конференції молодих математиків (Київ, Інститут математики НАН України, 2023);
- Workshop CDSS (Complex Dynamical Systems in the Science): theory, mathematical modelling, computing and application (Kyiv, Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, 2023);

- Семінарі молодих учених (Київ, Інститут математики НАН України, 2024);
- XII Всеукраїнській науковій конференції молодих математиків (Київ, Національний університет "Києво-Могилянська академія", 2024);
- Конференції молодих учених "Підстригачівські читання – 2024" (Львів, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2024);
- International Scientific Online Conference "Algebraic and Geometric Methods of Analysis" (Odesa, Odesa National University of Technology, 2024);
- Bogolyubov Kyiv Conference "Problems of Theoretical and Mathematical Physics" (Kyiv, Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, 2024).

Дисертаційне дослідження Вінніченко Олександри Олександрівни є завершеною роботою. Усі результати нові, отримані дисертанткою самостійно, задовольняють вимогам Постанови Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 та можуть бути представлені до захисту дисертації на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Семінар відділу математичної фізики рекомендує Вченій раді Інституту математики НАН України прийняти дисертаційну роботу О.О. Вінніченко "Geometric and algebraic properties of dispersionless Nizhnik equation" ("Геометричні та алгебраїчні властивості бездисперсійного рівняння Нижника") до захисту на здобуття ступеня доктора філософії та утворити разову спеціалізовану вчену раду з правом прийняття до розгляду та проведення разового захисту на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика.

Головуючий на засіданні
Головний науковий співробітник,
професор, доктор фіз.-мат. наук



Олексій РЕБЕНКО

Секретар
Провідний науковий співробітник,
доктор фіз.-мат. наук



Марина НЕСТЕРЕНКО