

Голові

разової спеціалізованої вченої ради
Інституту математики НАН України
доктору фізико-математичних наук,
професору,
головному науковому співробітнику
відділу математичної фізики
Інституту математики НАН України
Ребенку Олексію Лукичу

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу **Вінніченко Олександри Олександрівни**

на тему:

«Geometric and algebraic properties of dispersionless Nizhnik equation»,

подану на здобуття ступеня доктора філософії

у галузі знань 11 Математика та статистика

за спеціальністю 111 Математика

Дисертаційна робота Олександри Олександрівни Вінніченко присвячена симетрійному аналізу бездисперсійного рівняння Нижника, нелінійного представлення Лакса цього ж рівняння та бездисперсійного відповідника симетричної системи Нижника. Актуальність напрямку досліджень та теми дисертації обумовлена великою кількістю зв'язків із іншими галузями математики та широкими можливостями для подальших застосувань. Зокрема, знання симетрій системи диференціальних рівнянь допомагає у побудові розв'язків і законів збереження, а також надає іншу важливу інформацію для її аналізу. Незважаючи на інтенсивні дослідження, що проводять у цьому напрямку, станом на сьогодні для багатьох класичних моделей математичної фізики наявні лише частинні результати і для них не проведено такий вичерпний та

прозорий груповий аналіз як для бездисперсійного рівняння Нижника у дисертації.

Наукові результати, одержані у дисертації, достовірні і належним чином обґрунтовані. Наведено всі необхідні математичні доведення. Окрім методів теорії алгебр Лі та диференціальних рівнянь у дисертаційному дослідженні ефективно застосовано ліївський інфінітезимальний підхід, варіації алгебраїчного методу на основі мегаідеалів (автоморфізмів), оптимізований метод ліївської редукції, а також мультиплікативне розділення змінних.

Представлені у дисертації та опубліковані у відповідних наукових роботах результати є новими, цікавими та містять унікальний приклад рівняння з надзвичайно хорошими симетрійними властивостями. У якості основних виокремимо такі результати:

- Побудовано набір мегаідеалів максимальних алгебр ліївської інваріантності бездисперсійного рівняння Нижника, його нелінійного представлення Лакса та бездисперсійного відповідника симетричної системи Нижника. Розроблено новий метод пошуку мегаідеалів, який застосовано до знаходження одного з мегаідеалів максимальної алгебри ліївської інваріантності нелінійного представлення Лакса бездисперсійного рівняння Нижника.
- За допомогою оригінальної версії алгебраїчного методу на основі мегаідеалів описано псевдогрупу точкових симетрій бездисперсійного рівняння Нижника. При цьому вперше в літературі алгебраїчний метод дав можливість обчислити всю псевдогрупу точкових симетрій диференціального рівняння без додаткового застосування прямого методу. Також вперше алгебраїчний метод на основі мегаідеалів застосовано для обчислення псевдогрупи контактних симетрій рівняння.
- Описано набір геометричних властивостей бездисперсійного рівняння Нижника, що включає інваріантність відносно його максимальної алгебри й наявність законів збереження з характеристиками $1, u_{xx}, u_{yy}$.

які однозначно виокремлюють бездисперсійне рівняння Нижника з усієї множини диференціальних рівнянь із частинними похідними третього порядку з трьома незалежними змінними. Це є прикладом успішного поєднання оберненої задачі групової класифікації з оберненою задачею про закони збереження. Цікаво, що максимальна алгебра ліївської інваріантності рівняння визначає повністю його псевдогрупу точкових симетрій, але не є достатньою для однозначного виокремлення самого рівняння.

- Прокласифіковано одно- та двовимірні підалгебри максимальної алгебри ліївської інваріантності бездисперсійного рівняння Нижника і одновимірні підалгебри максимальної алгебри ліївської інваріантності нелінійного представлення Лакса цього рівняння, використовуючи дію відповідних псевдогруп точкових симетрій на цих алгебрах.
- Вперше досліджено групи точкових симетрій (включно з дискретними симетріями) редукованих рівнянь і в усіх випадках перевірено належність симетрій до прихованих або індукованих. Це дозволило, використовуючи ширший набір методів і технік, розв'язати велику частину редукованих рівнянь і більш систематично вивчити приховані симетрії бездисперсійного рівняння Нижника.

Загалом, у дисертаційній роботі отримано низку оригінальних результатів, які, на мій погляд, є суттєвим внеском у теорію симетрійного аналізу диференціальних рівнянь. Окрім цього, робота Олександри Вінніченко вкотре демонструє і підтверджує ефективність алгебраїчних методів, розроблених українською школою групового аналізу. Результати дисертаційного дослідження мають теоретичний характер та їх можна використати для подальших досліджень у теорії диференціальних рівнянь та математичній фізиці.

Дисертація Олександри Вінніченко містить деякі стилістичні помилки, але беручи до уваги те, що робота повністю викладена англійською мовою, і це перша така дисертація, подана до захисту в Інституті математики НАН України, то хочу відзначити її загальний непоганий мовний рівень.

Також зауважу, що ряд тверджень, означень та ключових математичних конструкцій, які доступні у роботах інших авторів і безпосередньо використані при доведенні чи обґрунтуванні результатів дисертаційної роботи, варто було б навести явно, а не обмежитись лише посиланнями. Це спростило б читання роботи та покращило б сприйняття результатів. Також, на мою думку, для повноти результатів варто було б включити у дисертацію принаймні частину технічних обчислень, які не є очевидними, оскільки їх відсутність ускладнює розуміння розроблених методів і їх подальше застосування до інших задач.

Однак, ці зауваження не впливають на загальну високу оцінку дисертаційної роботи. Частину з них можна вважати побажаннями та рекомендаціями дисертантці для подальшої роботи.

Результати, отримані в роботі, є новими, опубліковані у високореєтингових журналах квартилю Q1, а саме Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation та Analysis and Mathematical Physics, і пройшли успішну апробацію на наукових конференціях та семінарах. Наукові публікації Олександри Олександрівни Вінніченко за змістом та повнотою представлених результатів відповідають вимогам, що висуваються до кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порушень академічної доброчесності у будь-якому прояві в дисертації та наукових публікаціях, у яких оприлюднено наукові результати поданої роботи, не виявлено.

Дисертація Олександри Олександрівни Вінніченко, подана на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика галузі знань 11 Математика та статистика, є завершеною науковою роботою, яка відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12 січня 2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» та постанови Кабінету Міністрів України № 44 від 12 січня 2022 р. «Про затвердження порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» зі змінами, внесеними згідно з постановою Кабі-

нету Міністрів України № 502 від 19 травня 2023 р., а її авторка, Вінніченко Олександра Олександрівна, заслуговує присудження їй ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика галузі знань 11 Математика та статистика.

Рецензент

провідний науковий співробітник

відділу математичної фізики

Інституту математики НАН України,

доктор фізико-математичних наук,

старший дослідник

Марина НЕСТЕРЕНКО