

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0524U000206

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 10-06-2024

Статус: Запланована

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



## II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Грушка Ярослав Іванович

2. Yaroslav Grushka

Кваліфікація: к. ф.-м. н.

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: доктор наук

Шифр наукової спеціальності: 01.01.06

Назва наукової спеціальності: Алгебра і теорія чисел

Галузь / галузі знань: Не застосовується

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 09-07-2024

Спеціальність за освітою: Математика

Місце роботи здобувача: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01601, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Академічний

### **III. Відомості про дисертацію**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д26.206.03

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01601, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

**Сектор науки:** Академічний

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01601, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

**Сектор науки:** Академічний

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:** Українська

**Коди тематичних рубрик:** 27.03.21, 27.17.23

**Тема дисертації:**

1. Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці
2. Set-theoretic methods in relativistic kinematics

**Реферат:**

1. 1. Дисертаційна робота присвячена розробці нового математичного апарату для математичної формалізації деяких фізичних теорій (передусім релятивістської кінематики) й математичного моделювання еволюції складних систем, зокрема багаточастинкових систем. Основним, базовим, поняттям зазначеного математичного апарату є поняття мінливої множини, тобто множини об'єктів, що можуть еволюціонувати і картина еволюції яких може залежати від способу спостереження (тобто системи відліку). В роботі дано строге означення поняття мінливої множини і досліджено властивості мінливих множин. Визначено поняття системи абстрактних траєкторій і доведено, що довільна система абстрактних траєкторій породжує певну базову мінливу множину. Встановлено, що довільна базова мінлива множина може бути породжена системою абстрактних траєкторій, які утворені максимальними ланцюгами на множині її елементарно-

часових станів. Введено класифікацію видимості систем відліку в мінливих множинах. Доведено, що за певних умов множина систем відліку мінливої множини може розпадатись на класи видимості, які попарно не перетинаються і будь-який клас видимості є цілком невидимим з інших класів видимості. Доведено, що в мінливих множинах, усі компоненти яких є цілком видимими в кожній системі відліку, відображення уніфікації породжуються біективними відображеннями між множинами елементарно-часових станів відповідних систем відліку. Досліджено властивості кінематичних множин, тобто мінливих множин, оснащених різноманітними геометричними й топологічними структурами. Введено поняття реального та універсального перетворення координат між системами відліку у кінематичних множинах. Доведено необхідну і достатню ознаку існування універсального перетворення координат. Досліджено властивості універсальних кінематик, тобто кінематичних множин із заданим універсальним перетворенням координат. Побудовано приклади універсальних кінематик, які є математично строгими моделями еволюції фізичних систем в рамках кінематики Лоренца-Пуанкаре та її тахіонових розширень, а також побудовано нетривіальний клас кінематичних множин, які не допускають універсального перетворення координат. Введено аналоги теоретико-множинного відношення включення та операції об'єднання для базових мінливих множин, кінематичних множин та універсальних кінематик. Доведено, що операція еволюційного об'єднання має багато властивостей, схожих із операцією об'єднання звичайних множин. Доведено теорему про еволюційне розширення для універсальних кінематик. Очікується, що доведена теорема дасть змогу створити аксіоматику спеціальної теорії відносності, більш природну з інтуїтивного погляду, порівняно з існуючими математичними аксіоматизаціями цієї теорії. Методами теорії універсальних кінематик досліджено питання про порушення принципу причинності, пов'язане з гіпотезою про існування матеріальних об'єктів та інерційних систем відліку, що рухаються зі швидкістю, більшою за швидкість світла. Встановлено достатні ознаки умовної часозворотності та безумовної часонезворотності. Побудовано приклади безумовно часонезворотних тахіонових універсальних кінематик на базі узагальнених перетворень Лоренца в сенсі Е. Рекамі, В. Ольховського та Р. Голдоні, в яких дозволяється рух матеріальних об'єктів та інерційних систем відліку з довільною швидкістю, відмінною від швидкості світла. Досліджено властивості одностайно-поступальних систем відліку у векторних універсальних кінематиках. Встановлено необхідну і достатню умову одностайної поступальності однієї системи відліку відносно іншої у векторній універсальній кінематиці. Побудовано простір узагальнених операторів з обмеженим проєкційним слідом над заданим гільбертовим простором і встановлено його властивості. Доведено існування проєкційного сліду для довільного узагальненого оператора з обмеженим проєкційним слідом над заданим гільбертовим простором. Встановлено, що простір узагальнених операторів з обмеженим проєкційним слідом вкладається в ширший банаховий простір псевдооператорів. Над простором псевдооператорів побудовано групу унітарних операторів, пов'язану з описом еволюції багаточастинкових квантових систем.

2. 2. The thesis, is devoted to the development of new mathematical apparatus intended for mathematical formalization of some physical theories (first of all – relativistic kinematics) as well as for mathematical simulation of the evolution of complex systems (in particular many-particle systems). The main, basic, notion of this apparatus is the notion of changeable set, that is the set of elements, which can evolve, and, which can change their evolution picture in dependence of the way of observation (that is the reference frame). In the paper the rigorous definition of changeable set notion is given and properties of changeable sets are investigated. The notion of system of abstract trajectories is defined and it is proven that every system of abstract trajectories generates some base changeable set. It is established that arbitrary base changeable set can be generated by the system of abstract trajectories, which are created by maximal chains on the set of its elementary-time states. The classification of visibility of reference frames in changeable sets is introduced. It is proven that, under some conditions, the set of all reference frames of changeable set can be decomposed into the visibility classes, which are pairwise disjoint and, moreover, every visibility class is fully invisible from each another class. It is proven that in changeable sets, all components of which are completely visible in each reference frame, the unification mappings are generated by bijective mappings between the sets of elementary-time states of the corresponding reference frames. The properties of kinematic sets are investigated, where kinematic sets are changeable sets,

equipped by different geometrical or topological structures. The notions of actual and universal coordinate transform between reference frames of kinematic sets are defined. The necessary and sufficient condition of existence of universal coordinate transform is proven. The properties of universal kinematics (that is kinematic sets with given universal coordinate transform) are investigated. The examples of universal kinematics, representing mathematically strict models of evolution of physical systems in the framework of Lorentz-Poincare kinematics as well as its tachyon extensions are constructed. Also it is constructed the non-trivial class of kinematic sets, which do not allow universal coordinate transform. The analogues of set-theoretic inclusion relation and set-theoretic operation of union are introduced for base changeable sets, kinematic sets and universal kinematics. It is proven that the evolution union operation has many properties similar with the properties of the union operation for ordinary sets. Theorem on evolutionary extension for universal kinematics is proven. It is expected that this theorem will make it possible to create axiomatics of the special relativity theory, more natural from the physical and intuitive point of view, in comparison with the existing mathematical axiomatizations of this theory. Using the methods of the theory of universal kinematics, it is investigated the question of violations of causality principle, connected with the hypothesis on the existence of material objects and inertial reference frames moving at speeds greater than the speed of light. The sufficient conditions of certainly time irreversibility and conditionally time reversibility are established. The examples of certainly time irreversible tachyon universal kinematics were constructed based on the generalized Lorentz transforms in the sense of E. Recami, V. Olkhovskiy and R. Goldoni. In these kinematics it is allowed the motion with any velocity, different from the velocity of light for material objects and inertial reference frames. The properties of self-consistently translational reference frames in vector universal kinematics were investigated. The necessary and sufficient condition of self-consistently translationality of one reference frame relatively to another is established for vector universal kinematics. The space of generalized operators with bounded projection trace over given Hilbert space is constructed and the properties of this space are investigated. The existence of projection trace for arbitrary generalized operator with bounded projection trace is proven. It is established that the space of generalized operators with bounded projection trace can be embedded into more wide space of pseudo-operators. Over the space of pseudo-operators it is constructed the group of unitary operators related to the description of the evolution of many-particle quantum systems.

**Державний реєстраційний номер ДіР:** 0111U001027; 0116U000032; 0120U100169; 0112U002104; 0117U002119

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:** Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:** Не застосовується

**Підсумки дослідження:** Новий напрямок у науці і техніці

**Публікації:**

- Grushka Ya.I., Spaces of generalized operators with bounded projection trace, Ukrainian Mathematical Journal 63, (2011), no. 1, 27–48; DOI: 10.1007/s11253-011-0486-z (перекладено з: Укр. мат. журн. 63, (2011), no. 1, 24–39).
- Hrushka Ya.I., Base Changeable Sets and Mathematical Simulation of the Evolution of Systems, Ukrainian Mathematical Journal 65, (2014), no. 9, 1332–1353; DOI: 10.1007/s11253-014-0862-6 (перекладено з: Укр. мат. журн. 65, (2013), no. 9, 1198–1218).
- Grushka Ya.I., Tachyon generalization for Lorentz transforms, Methods Funct. Anal. Topology 19, (2013), no. 2, 127–145; <http://mfat.imath.kiev.ua/article/?id=682>.

- • Grushka Ya.I., On Universal Coordinate Transform in Kinematic Changeable Sets, *Methods Funct. Anal. Topology* 23, (2017), no. 2, 133–154; <http://mfat.imath.kiev.ua/article/?id=968>.
- • Grushka Ya.I., Self-consistently Translational Motion of Reference Frames and Sign- definiteness of Time in Universal Kinematics. *Methods Funct. Anal. Topology* 24, (2018), no. 2, 107–119; [http://mfat.imath.kiev.ua/article/2018/02/mfat\\_2018\\_02\\_1052.pdf](http://mfat.imath.kiev.ua/article/2018/02/mfat_2018_02_1052.pdf).
- • Grushka Ya.I., On Monotonous Separately Continuous Functions. *Applied General Topology* 20, (2019), no. 1, 75–79; DOI: 10.4995/agt.2019.9817.
- • Grushka Ya.I., On some properties of Hassani transforms. *Matematychni Studii* 57, (2022), no. 1, 79–91; DOI: 10.30970/ms.57.1.79–91.
- • Грушка Я.І., Простори операторів з обмеженим проєкційним слідом, *Математичний вісник НТШ* 6, (2009), 73–86; <https://www.researchgate.net/publication/267123133>.
- • Грушка Я.І., Трансляційно інваріантні оператори та операторний аналог сліду за різницевою змінною, *Доповіді Національної академії наук України* (2010), no. 3, 13–18; <http://www.researchgate.net/publication/236120894>.
- • Grushka Ya.I., Translation-invariant Operators and Generalized Difference Variable Trace, *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія "Фізико-математичні науки"* (2010), no. 3, 24–27; <http://www.researchgate.net/publication/236121509>.
- • Грушка Я.І., Мінливі множини та їх властивості, *Доповіді Національної академії наук України* (2012), no. 5, 12–18; <https://www.researchgate.net/publication/236120448>.
- • Грушка Я.І., Примітивні мінливі множини та їх властивості, *Математичний вісник НТШ* 9, (2012), 52–80; <https://www.researchgate.net/publication/236120647>.
- • Грушка Я.І., Видимість у мінливих множинах, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 9, (2012), no. 2, 122–145; <https://www.researchgate.net/publication/236217050>.
- • Грушка Я.І., Алгебраїчні властивості тахіонних перетворень Лоренца, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 10, (2013), no. 2, 138–169; <https://www.researchgate.net/publication/257933423>.
- • Грушка Я.І., Мінливі множини та їх застосування для побудови кінематики тахіонів, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 11, (2014), no. 1, 192–227; <https://www.researchgate.net/publication/268069239>.
- • Грушка Я.І., Еволюційні розширення та аналоги операції об'єднання для базових мінливих множин, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 11, (2014), no. 2, 66–99; <https://www.researchgate.net/publication/270686197>.
- • Грушка Я.І., Критерій існування універсального перетворення координат у кінематичних мінливих множинах, *Буковинський математичний журнал* 2, (2014), no. 2-3, 59–71; <https://www.researchgate.net/publication/270647695>.
- • Грушка Я.І., Перетворення координат у кінематичних мінливих множинах, *Доповіді Національної академії наук України* (2015), no. 3, 24–31; DOI: 10.15407/dopovidi2015.03.024.
- • Грушка Я.І., Кінематичні мінливі множини із заданим універсальним перетворенням координат, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 12, (2015), no. 1, 74–118; <https://www.researchgate.net/publication/317369478>.
- • Грушка Я.І., Теорема про еволюційне розширення для універсальних кінематик, *Буковинський математичний журнал* 3, (2015), no. 3-4, 67–77; <https://www.researchgate.net/publication/317429219>.
- • Грушка Я.І., Еволюційні розширення кінематичних множин та універсальних кінематик, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 12, (2015), no. 2, 139–204; <https://www.researchgate.net/publication/317428774>.
- • Грушка Я.І., Про часонезворотність універсальних кінематик, *Доповіді Національної академії наук України* (2016), no. 7, 14–21; DOI: 10.15407/dopovidi2016.07.014.
- • Грушка Я.І., Про часозворотність тахіонових кінематик, *Збірник праць Інституту математики НАН України* 13, (2016), no. 2, 125–174; <https://www.researchgate.net/publication/317429152>.

- Грушка Я.І., Одностаينو-поступальний рух систем відліку в універсальних кінематиках, Буковинський математичний журнал 5, (2017), no. 3-4, 56–70; <https://www.researchgate.net/publication/322685969>.
- Грушка Я.І., Критерій одностаиної поступальності систем відліку в універсальних кінематиках, Вісник Черкаського університету: Серія фізико-математичні науки, (2017), no 1, 122–137; <https://www.researchgate.net/publication/326234926>.
- Грушка Я.І., Необхідна і достатня ознака існування точкового часу на орієнтованій множині, Доповіді НАН України, (2019), no 8, 9–15, DOI: 10.15407/dopovidi2019.08.009.
- Грушка Я.І., Критерій трансляційної одностаиної поступальності для операторів перетворення координат та систем відліку в універсальних кінематиках, Буковинський математичний журнал 9, (2021), no 1, 128–139, DOI: 10.31861/bmj2021.01.10.
- Грушка Я.І., Про точкову хронологізацію орієнтованих множин, Збірник праць Інституту математики НАН України 19, (2022), 42–87, <https://www.researchgate.net/publication/375640660>.
- Grushka Ya.I., On time irreversibility of generalized Hassani kinematics, Прикл. проблеми механіки і математики 20, (2022), 88–108, DOI: 10.15407/apmm2022.20.88–108.
- Grushka Ya. I., Notes on Extended Lorentz Transformations for Superluminal Reference Frames, Progress in Physics 13, (2017), no. 4, 200–201.
- Grushka Ya.I., Logarithmic extension of real numbers and hyperbolic representation of generalized Lorentz transforms, International Journal of Algebra 11, (2017), no. 4, 159–170, DOI: 10.12988/ija.2017.7315.
- Grushka Ya.I., Logarithmic extension of real numbers and hyperbolic representation of generalized Lorentz transforms, International Journal of Algebra 11, (2017), no. 4, 159–170, DOI: 10.12988/ija.2017.7315.

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:** Впровадження не планується

**Зв'язок з науковими темами:** 0111U001027; 0116U000032; 0120U100169; 0112U002104; 0117U002119

## **VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Дрозд Юрій Анатолійович

2. Yuriy Drozd

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., професор, член-кор. НАН України, 01.01.06

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01601, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

**Сектор науки:** Академічний

## **VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів**

### **Офіційні опоненти**

#### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Горбачук Володимир Мирославович
2. Volodymyr Gorbachuk

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., доц., 01.01.01

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

#### **Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

**Код за ЄДРПОУ:** 02070921

**Місцезнаходження:** проспект Берестейський, буд. 37, Київ, 03056, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Сектор науки:** Університетський

#### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Прикарпатський Анатолій Карольович
2. Anatoliy Prykarpatskyi

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., професор, 01.04.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

#### **Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Національний університет "Львівська політехніка"

**Код за ЄДРПОУ:** 02071010

**Місцезнаходження:** вул. Степана Бандери, буд. 12, Львів, 79013, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Сектор науки:** Університетський

#### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Петравчук Анатолій Петрович

2. Anatoliy Petravchuk

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., професор, 01.01.06

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070944

**Місцезнаходження:** вул. Володимирська, буд. 60, Київ, 01033, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Сектор науки:** Університетський

**Рецензенти**

## VIII. Заключні відомості

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Дрозд Юрій Анатолійович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Портенко Микола Іванович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

Артемиченко Жанна Яківна

**Реєстратор**

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна