

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук

Горбачука Володимира Мирославовича

на дисертаційну роботу

Грушки Ярослава Івановича

“Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці”,

на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

зі спеціальності

01.01.06 – алгебра і теорія чисел

Актуальність теми дисертації. Сучасна теоретична фізика своїми відкриттями змінила і продовжує змінювати світ, і її досягнення важко переоцінити. Як відомо, у своїх дослідженнях вона широко використовує математичний апарат майже усіх галузей математики – від теорії диференціальних рівнянь і класичного математичного та функціонального аналізу й до таких абстрактних напрямків, як топологія, теорія груп, теорія категорій тощо. В той же час фундамент цієї науки потребує більшої математичної точності, а відома шоста проблема Гільберта про математично строге формулювання основ фізики, поставлена ще у 1900 р., ще й досі залишається актуальною. У своїй дисертаційній роботі автор намагається створити математичний апарат, який міг би стати дійовим інструментом для математичної формалізації конкретних фізичних теорій. Цей апарат базується на розробленій ним теорії мінливих множин, яка, на мою думку, виникає природно, коли ми намагаємося заглибитись в сутність математичних моделей теоретичної фізики та інших природничих наук. Адже в найзагальнішій інтерпретації теоретична фізика, як і інші природничі науки, має справу з певними “множинами”, тобто сукупностями об’єктів, які, на відміну від елементів звичайних (“статичних”) множин, можуть еволюціонувати. В залежності від ситуації, що моделюється, і від специфіки конкретної природничої науки такими об’єктами (“елементами множин”) можуть бути матеріальні точки, фізичні тіла, атоми, молекули, елементарні частинки, особини того чи іншого біологічного виду. Такі об’єкти можуть народжуватись, зникати, змінювати свої властивості, втрачаючи свою формальну самототожність кожного наступного моменту часу у порівнянні з попередніми моментами. Більш того, характер еволюції сукупності таких об’єктів може залежати від “точки зору” на них, тобто від системи відліку. І саме множини, що складаються з таких мінливих об’єктів, природно назвати мінливими. Таким чином, постає проблема математичної формалізації поняття мінливої множини, тобто побудови математичної теорії мінливих множин, яка, на мою думку, може стати першим кроком на шляху розв’язання шостої проблеми Гільберта. Варто

зауважити, що проблема розвитку математичної теорії мінливих множин в різних формах ставилась в роботах багатьох науковців і не лише математиків, а й представників інших природничих наук, а саме, Міхаеля Бара, Коліна Макларті, Чарльза Велса, Джона Бела, Олександра Левіча та ін. Як на мене, дисертант взявся за актуальне і важливе для більш глибокого розуміння основ теоретичної фізики і, можливо, деяких інших природничих наук завдання. В дисертації ним запропоновано один із варіантів математичної формалізації поняття мінливої множини. Наскільки цей варіант загальний і дає відповіді на запити теоретичної фізики та інших природничих наук, і чи не з'являться з часом інші, кращі, варіанти формалізації цього поняття, покаже час. Але перший крок на цьому шляху вже зроблено. Дещо осторонь від загального напрямку досліджень дисертації стоїть її останній розділ, в якому розробляється математичний апарат для дослідження трансляційно-інваріантних операторів. І саме шоста проблема Гільберта об'єднує в одне ціле цей розділ із попередніми, бо питання, що розглядаються в ньому, є важливими для теорії багаточастинкових квантових систем, а отже, також актуальними. Результати цього розділу стосуються більше функціонального аналізу і їх можна вважати продовженням досліджень школи Ю.М. Березанського та М.Л. Горбачука.

Враховуючи сказане вище, можна зробити висновок, що тематика дисертації є актуальною і важливою.

Структура та зміст дисертаційної роботи. Дисертація складається зі змісту, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, який містить 253 найменування. Перший її розділ присвячено викладу теорії мінливих множин. Саме тут вводяться такі важливі базові поняття, як мінлива множина і видимість, а також досліджуються загальні властивості мінливих множин та операції над ними і наводяться важливі приклади таких множин. Особливу увагу приділено вивченню чітко видимих мінливих множин, тобто таких, для яких опис подій у довільній системі відліку є повністю адекватним. Саме такі мінливі множини відіграють важливу роль у класичній механіці та спеціальній теорії відносності.

У другому розділі вводиться поняття кінематичної множини, тобто мінливої множини, кожна система відліку якої “еволюціонує” у своєму “геометричному оточенні” у формі топологічного, векторного або топологічного векторного простору. Формально будь-яка кінематична множина отримується шляхом “приєднання” до мінливої множини певного її геометричного оточення. Також у цьому розділі будуються і досліджуються конкретні приклади кінематичних множин, які виникають у спеціальній теорії відносності та у різних її тахіонових розширеннях. Встановлюється критерій існування універсального перетворення координат у довільній кінематичній множині, за допомогою якого вивчається питання існування універсального перетворення координат в конкретних кінематичних множинах.

У третьому розділі досліджуються властивості універсальних кінематик, тобто кінематичних множин разом із заданим фіксованим універсальним перетворенням координат, детально вивчаються універсальні кінематики, пов'язані зі спеціальною теорією відносності й її тахіонним узагальненням в сенсі Рекамі-Ольховського та Гольдоні. Далі розглядається досить цікаве поняття часонезворотності. З інтуїтивного погляду часонезворотна система – це така, що не може потрапити у власне минуле. Доведено теорему про неповернення, яка стверджує, що якщо перехід принаймні з однієї системи відліку до будь-якої іншої є часопозитивним, тобто зберігає напрямок часу, то універсальна кінематика є часонезворотною. Отже, в ній не можуть виникнути «часові парадокси», коли з'являється можливість впливати на своє минуле. На основі цієї теореми побудовано часонезворотне тахіонове розширення спеціальної теорії відносності в сенсі Рекамі-Ольховського та Гольдоні. Також у цьому розділі вивчаються одностайні системи відліку. На це поняття можна дивитись як на абстрактне узагальнення відносного поступального руху систем відліку.

В четвертому розділі розглянуто нормований простір лінійних операторів з обмеженим проекційним слідом у гільбертовому просторі, доведено його неповноту та явно побудовано його поповнення на основі оснащення простору методом, розробленим Ю.М. Березанським і розвинутим далі у працях М.Л. Горбачука, яке названо простором узагальнених операторів з обмеженим проекційним слідом. Цей простір вкладено у більш широкий банахів простір псевдооператорів з обмеженим проекційним слідом. На останньому визначається певна група унітарних операторів. Оскільки такі групи виникають при вивченні еволюції багаточастинкових квантових систем, ці дослідження безпосередньо вписуються у загальну тематику дисертації.

Теоретичне та практичне значення роботи. Робота носить теоретичний характер. Результати, отримані в ній, у подальшому значно впливатимуть на розвиток математичної та теоретичної фізики, а також алгебри і функціонального аналізу.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу над дисертацією розпочато у відділі диференціальних рівнянь з частинними похідними, а завершено у відділі нелінійного аналізу Інституту математики НАН України. Дисертацію було виконано в рамках таких тем і програм: “Еволюційні та спектральні задачі для диференціальних рівнянь у банаховому просторі” (номер держреєстрації 0111U001027), “Розробка операторних підходів до розв'язування еволюційних і спектральних задач для диференціальних рівнянь” (номер держреєстрації 0116U000032), “Спектральні задачі, дробово-диференціальні та неархімедові моделі сучасної математичної фізики” (номер держреєстрації 0120U100169), цільова наукова програма Відділення математики НАН України “Розробка математичних моделей та чисельно-аналітичних методів сучасних задач фізико-технічних і медико-біологічних наук і інформаційних технологій” (номер держреєстрації 0112U002104) та цільова програма наукових

досліджень Відділення математики НАН України “Розробка та дослідження сучасних математичних моделей у галузі фізико-технічних та медико-біологічних наук” (номер держреєстрації 0117U002119).

Новизна отриманих результатів. Серед нових результатів, отриманих в дисертації, найвагомішими, на мій погляд, є наступні.

- Вивчено властивості мінливих та базових мінливих множин. Доведено, що довільна система абстрактних траєкторій породжує базову мінливу множину, а будь-яка базова мінлива множина може бути породжена системою абстрактних траєкторій (її ліній долі), тобто максимальних ланцюгів на множині її елементарно-часових станів.
- Досліджено аналоги відношення включення й операції об'єднання для базових мінливих множин. Доведено, що еволюційне об'єднання має багато властивостей, схожих на відповідні властивості операції об'єднання звичайних множин.
- Введено класифікацію видимості систем відліку в мінливих множинах. Поняття видимості характеризує, наскільки адекватними один до одного можуть бути описи еволюції у різних системах відліку. Встановлено, що за певних умов множина систем відліку мінливої множини може розпадатись на класи видимості, які попарно не перетинаються і будь-який клас видимості цілком невидимий з інших класів видимості. Доведено, що в чітко видимих мінливих множинах, тобто мінливих множинах, усі компоненти яких цілком видимі в кожній системі відліку, відображення уніфікації породжуються бієктивними відображеннями між множинами елементарно-часових станів відповідних систем відліку.
- Досліджено властивості кінематичних множин, тобто мінливих множин, оснащених різноманітними геометричними й топологічними структурами. Побудовано й досліджено конкретні кінематичні мінливі множини, що виникають у спеціальній теорії відносності, а також у її тахіонному розширенні. Для них доведено існування універсального перетворення координат. Показано, що кінематичні мінливі множини, в яких дозволена частинково-залежна швидкість світла, не допускають універсального перетворення координат.
- Досліджено властивості універсальних кінематик, тобто кінематичних множин разом із заданим універсальним перетворенням координат. Наведено приклади універсальних кінематик — математично строгих моделей еволюції фізичних систем у рамках кінематики спеціальної теорії відносності та її тахіонових розширень в розумінні Рекамі, Ольховського й Гольдоні, а також Хассані.

- Введено поняття еволюційного розширення й операцію еволюційного об'єднання для кінематичних множин і універсальних кінематик. Доведено теорему про еволюційне розширення для універсальних кінематик.
- Встановлено ознаки умовної часозворотності й безумовної часонезворотності універсальної кінематики. Доведено теорему про неповернення, яка стверджує, що якщо перехід принаймні з однієї системи відліку до будь-якої іншої є часопозитивним, тобто зберігає напрямок часу, то універсальна кінематика є часонезворотною, а отже, в ній не можуть виникнути «часові парадокси», коли виникає можливість впливати на власне минуле.
- Побудовано часонезворотне тахіонове розширення спеціальної теорії відносності в сенсі Рекамі-Ольховського та Гольдоні.
- Досліджено властивості одностайно-поступальних систем відліку у векторних універсальних кінематиках. Встановлено необхідну і достатню умову одностайної поступальності однієї системи відліку відносно іншої. З'ясовано зв'язок одностайної поступальності з часознаковизначеністю, тобто монотонністю перетворення часу.
- Побудовано простір узагальнених операторів з обмеженим проекційним слідом над заданим гільбертовим простором і досліджено його властивості.
- Доведено існування проекційного сліду для довільного узагальненого оператора з обмеженим проекційним слідом над заданим гільбертовим простором. Встановлено, що простір узагальнених операторів з обмеженим проекційним слідом вкладається в ширший банахів простір псевдооператорів, над яким побудовано групу унітарних операторів, пов'язану з описом еволюції багаточастинкових квантових систем.

Обґрунтованість результатів дисертації. Доведення теорем в дисертації викладені акуратно, а отже, результати дисертації є строго математично обґрунтованими.

Повнота викладу результатів дисертації в наукових публікаціях. Основний зміст дисертації викладено у 38 публікаціях, з яких 28 – статті в фахових наукових журналах, 10 публікацій в нефахових виданнях, 7 публікацій в наукових журналах, що проіндексовані в наукометричних базах даних Scopus та Web of Science. Наукові журнали, в яких опубліковано результати дисертації, відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank відносяться до другого квартилю (Q2) – 1 стаття, до третього (Q3) – 3, до четвертого (Q4) – 3. В кінці кожного розділу автор вказує, де саме опубліковані результати відповідного розділу, а отже, результати дисертації достатньо повно викладені в наукових публікаціях.

Відомості про дотримання академічної доброчесності. Під час аналізу дисертаційної роботи “Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці” і наукових публікацій Грушки Ярослава Івановича, що відображають основний зміст роботи, ознак плагіату, фальсифікації результатів або інших порушень академічної доброчесності, які могли б поставити під сумнів самостійний характер виконання роботи та/чи достовірність результатів, не виявлено.

Зауваження до дисертаційної роботи. 1. Розглянуті в дисертації задачі потребують використання громіздких математичних конструкцій. Для оперування з такими конструкціями дисертантом розроблено нестандартну математичну мову та систему позначень. Але, як і все нове, вона має певні недоліки, і, на мою думку, потребує вдосконалення.

2. В дисертації є певна кількість орфографічних та граматичних описок, наприклад, банаховий простір замінити на банахів простір; замість ознаки існування краще вжити умова існування; означення поняття мінливої множини замінити на означення мінливої множини; замість досліджень, розміщених у розділі – дослідження, що містяться у розділі; замість визначається поняття – вводиться поняття; в деяких місцях пропущені коми; деякі слова повторюються по декілька разів.

Наведені зауваження носять редакційний характер. Ці недоліки не є суттєвими і не впливають на загальне враження від дисертації.

Висновок. Вважаю, що дисертація Грушки Ярослава Івановича “Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці” є оригінальною і завершеною науковою роботою, яка за науковою новизною, актуальністю та одержаними в ній результатами відповідає усім вимогам щодо докторських дисертацій — п.п. 7 та 9 “Порядку присудження та позбавлення ступеня доктора наук”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №1197 від 17.11.2021р., а її автор, Грушка Ярослав Іванович заслуговує на присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 — алгебра і теорія чисел.

Офіційний опонент:

Доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри
математичної фізики та диференціальних рівнянь
КПІ ім. Ігоря Сікорського
21.06.2024 р.

Володимир Горбачук

Підпис Володимира Горбачука засвідчую

Вчений секретар КПІ ім. Ігоря Сікорського

Валерія Холявко

Надійшло в секретаріат
Винот реф. Д. 26.2
25.06.2024р
В.О. Чумако секретар
Інституту математики
ім. Укр. АН



Сергій Іщенко