

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Грушки Ярослава Івановича

“Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці”,

представлену на здобуття наукового ступеня

доктора фізико-математичних наук за спеціальністю

01.01.06 – алгебра і теорія чисел

Актуальність теми дисертації. На початку минулого століття зусиллями багатьох математиків, зокрема Д.Гільберта і Е.Нетер були значною мірою аксіоматизовані геометрія і алгебра, пізніше була аксіоматизована теорія ймовірностей в роботах А.Колмогорова. Процес аксіоматизації йде і в багатьох інших розділах математики і фізики. Але багато чого залишається незрозумілим, особливо в аксіоматизації теоретичної фізики, яка дуже тісно пов'язана з математикою. Тому проблема створення математично строгого підґрунтя сучасної фізики була і залишається дуже актуальною, у першу чергу для математиків, які звикли до того, що їхні теорії ґрунтуються на строгій аксіоматичній основі. На початку 20-го століття Давид Гільберт сформулював свою Шосту проблему про «математичне трактування аксіом фізики», яка залишається нерозв'язаною. На даний час можна вважати аксіоматизованими загальну теорію відносності і квантову механіку.

Основна частина дисертації присвячена саме цій проблематиці. На мою думку, одним із основних результатів дисертації є побудова теорії мінливих множин, яка, на думку дисертанта, може бути основою для формалізації конкретних фізичних теорій. Звернення до теоретико-множинної термінології та інтуїції в цьому контексті є природним, оскільки довільну картину нашої оточуючої “фізичної” реальності в багатьох випадках можна уявляти як множину певних об'єктів. Проте, коли ми придивимось уважніше до будь-якої з “множин”, які ми зустрічаємо в реальності, то помітимо, що такі “множини” можуть по-різному виглядати в залежності від способу спостереження, тобто системи відліку. І саме такими є мінливі множини з інтуїтивного погляду. В дисертації дано математично строгі означення поняття мінливої множини. Наскільки адекватно запропоноване означення описує інтуїтивну суть означуваного поняття, покаже час. Проте, на мою думку, воно дає достатньо адекватне математичне зображення того, що ми інтуїтивно розуміємо під “мінливою множиною”.

З формальної точки зору теорія мінливих множин є певною надбудовою над класичною теорією множин, а самі мінливі множини (а також кінематичні множини і універсальні кінематики) є новими абстрактними класами структур, визначеними в рамках класичної теорії множин (подібні абстрактні класи вже давно відомі в алгебрі, функціональному аналізі, наприклад групи, кільця, поля,

гратки, модулі, лінійні простори, банахові простори та ін.). Отже мінливі множини та інші введені автором класи математичних структур є новим і цікавими об'єктами досліджень для універсальної алгебри.

Звідси можна зробити висновок, що тема дисертації є актуальною, а результати отримані в дисертації можуть вплинути на подальший розвиток універсальної алгебри, а також бути корисними для математичної та теоретичної фізики.

Структура та зміст дисертаційної роботи. Основну частину дисертації складають перші три розділи. Перший розділ містить основні поняття розробленої теорії – поняття мінливої множини і видимості. Досліджено загальні властивості мінливих множин, операції над ними. Зокрема, розглядаються чітко видимі мінливі множини, тобто такі, для яких описи подій будь-якими спостерігачами є повністю адекватними, саме такі мінливі множини особливо важливі для фізики. У другому розділі дисертації вводиться поняття кінематичної (мінливої) множини, як такої, що для кожної системи відліку, яка до неї входить, задано реалізацію її множини станів у деякому “геометричному оточенні”, у вигляді топологічного або лінійного простору. Далі побудовані й досліджені конкретні кінематичні мінливі множини, які виникають у спеціальній теорії відносності, а також у різних її тахіонних розширеннях, зокрема вивчається питання існування універсального перетворення координат в таких кінематичних множинах.

У третьому розділі вивчаються властивості універсальних кінематик, тобто кінематичних множин разом із фіксованим універсальним перетворенням координат. Детально досліджені універсальні кінематики, які пов'язані зі спеціальною теорією відносності, включаючи її тахіонне узагальнення в розумінні Рекамі-Ольховського та Гольдоні. Доведено теорему про еволюційне розширення довільної універсальної кінематики за допомогою заданої множини траєкторій. Введено і вивчено поняття часонезворотності. Доведено теорему, яка стверджує, що якщо перехід принаймні з однієї системи спостереження до кожної іншої зберігає напрямок часу в усіх процесах, то універсальна кінематика є часонезворотною. Отже, в ній не можуть виникнути «часові парадокси», коли виникає можливість впливати на власне минуле. У цьому розділі також вивчаються одностайні системи відліку, тобто такі, в яких траєкторії системи є паралельними. Встановлено критерії одностайності та її зв'язок із часовизначеністю, тобто з монотонністю перетворення часу.

Четвертий розділ дисертації присвячений просторам узагальнених операторів, які виникають при вивченні еволюції певних квантових систем. Тут побудовано нормований простір лінійних операторів з обмеженим проєкційним слідом у гільбертовому просторі, встановлено його неповноту та явно побудовано його поповнення на основі оснащення простору за методом, розробленим Ю.Березанським, яке названо простором узагальнених операторів з обмеженим проєкційним слідом. У підрозділі 4.4 цей простір вкладено у більш

широкий банахів простір псевдооператорів з обмеженим проєкційним слідом. На останньому природно визначається дія деякої групи унітарних операторів. Оскільки ця група виникає при вивченні еволюції багаточастинкових квантових систем, це безпосередньо пов'язує ці дослідження з основною частиною дисертації.

Теоретичне та практичне значення роботи. Робота носить, в основному, теоретичний характер. Результати отримані в дисертації матимуть вагомий вплив на розвиток універсальної алгебри, а також математичної та теоретичної фізики.

Новизна отриманих результатів. В дисертаційній роботі отримано ряд нових і цікавих наукових результатів. Вкажемо деякі з них:

- Досліджено властивості базових мінливих множин і мінливих множин. Доведено, що довільна система абстрактних траєкторій породжує певну базову мінливу множину, і навпаки, довільна базова мінлива множина може бути породжена системою абстрактних траєкторій, — її ліній долі, тобто максимальних ланцюгів на множині її елементарно-часових станів.
- Отримано класифікацію видимості систем відліку в мінливих множинах. Поняття видимості характеризує, наскільки адекватними один до одного можуть бути описи процесів і подій у різних системах відліку. Доведено, що в мінливих множинах, усі компоненти яких цілком видимі в кожній системі відліку, відображення уніфікації породжуються бієктивними відображеннями між множинами елементарно-часових станів відповідних систем відліку.
- Досліджено властивості кінематичних множин, тобто мінливих множин, оснащених різноманітними геометричними й топологічними структурами. Доведено необхідну і достатню ознаку існування універсального перетворення координат між системами відліку кінематичних множин.
- Побудовані й досліджені конкретні кінематичні мінливі множини, які виникають у спеціальній теорії відносності, а також у її тахіонному розширенні. Для них доведено існування універсального перетворення координат.
- Досліджено властивості універсальних кінематик, тобто кінематичних множин із заданим універсальним перетворенням координат. Доведено теорему про мультиобраз, яка показує, як із узгодженого набору базових кінематичних множин із фіксованими універсальними кінематичними перетвореннями будується універсальна кінематика.
- Побудовано приклади універсальних кінематик — математично строгих моделей еволюції фізичних систем у рамках кінематики Лоренца-Пуанкаре спеціальної теорії відносності і її тахіонових розширень у розумінні Рекамі, Ольховського й Гольдоні, а також Хассані.

- Методами теорії універсальних кінематик досліджено питання про існування ``часових парадоксів". Встановлено достатні ознаки умовної часозворотності й безумовної часонезворотності. Доведено теорему про неповернення, яка стверджує, що якщо перехід принаймні з однієї системи відліку до кожної іншої зберігає напрямок часу в усіх процесах, то універсальна кінематика часонезворотна. Отже, в ній не можуть виникнути «часові парадокси», коли виникає можливість впливати на власне минуле.
- Досліджено властивості одностайно-поступальних систем відліку у векторних універсальних кінематиках. Встановлено необхідну і достатню умову одностайної поступальності однієї системи відліку відносно іншої. Встановлено зв'язок одностайної поступальності з часознаковизначенністю, тобто з монотонністю перетворення часу.
- Побудовано простір узагальнених операторів із обмеженим проєкційним слідом над заданим гільбертовим простором і встановлено його властивості.
- Доведено існування проєкційного сліду для довільного узагальненого оператора з обмеженим проєкційним слідом над заданим гільбертовим простором. Встановлено, що простір узагальнених операторів із обмеженим проєкційним слідом вкладається в ширший банаховий простір псевдооператорів, над яким побудовано групу унітарних операторів, пов'язану з описом еволюції багаточастинкових квантових систем.

Обґрунтованість результатів дисертації. Результати, викладені в дисертації, було отримано математично строгими методами, доведення теорем викладено акуратно, тому вважаю, що результати дисертації є строго математично обґрунтованими.

Повнота викладу результатів дисертації в наукових публікаціях. Основний зміст дисертації викладено у 38 публікаціях, з яких 32 – статті в наукових журналах, серед яких 28 є фаховими журналами, 6 публікацій в збірниках праць конференцій та препринтів, 7 публікацій в наукових журналах, що проіндексовані в наукометричних базах даних Scopus та Web of Science. Наукові журнали, в яких опубліковано результати дисертації, відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, належать до другого квартилю (Q2) – 1 стаття, до третього (Q3) – 3, до четвертого (Q4) – 3. В кінці кожного розділу автор вказує, в яких саме статтях опубліковані результати відповідного розділу. Тому вважаю, що результати дисертації достатньо повно викладені в наукових публікаціях.

Відомості про дотримання академічної доброчесності. Під час аналізу дисертаційної роботи “Теоретико-множинні методи в релятивістській

кінематиці” та наукових публікацій Грушки Ярослава Івановича, що відображають основний зміст роботи ознак плагіату, фальсифікації результатів або інших порушень академічної доброчесності, які могли б поставити під сумнів самостійний характер виконання роботи та/чи достовірність результатів, виявлено не було.

Зауваження до дисертаційної роботи. 1. Специфікою дисертаційної роботи є те, що в ній використовуються досить громіздкі математичні конструкції і громіздкі позначення. Також робота містить велику кількість означень, в яких легко заплутатися.

2. Дисертаційну роботу можна було б трохи скоротити, не виносячи на захист деякі другорядні результати.

2. Дисертація містить невелику кількість орфографічних та граматичних помилок. Зокрема, на стор. 32 рядок 9 згори написано «..шоста проблема гільберта», хоча прийнято писати прізвище Гільберта з великої букви, те ж саме в рядку 8 знизу на цій же сторінці. ..

Наведені зауваження носять редакційний характер, вони не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Висновок. Вважаю, що дисертаційна робота Грушки Ярослава Івановича “Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці” є завершеним та оригінальним науковим дослідженням, яке за актуальністю, науковою новизною, достовірністю, важливістю, теоретичною та практичною цінністю одержаних результатів відповідає усім вимогам щодо докторських дисертацій — п.п. 7 та 9 “Порядку присудження та позбавлення ступеня доктора наук”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №1197 від 17.11.2021р., а її автор, Грушка Ярослав Іванович заслуговує на присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 — алгебра і теорія чисел.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри алгебри і комп'ютерної математики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка,
професор

*картшов о.р. шкитанувано
вимог репр. 0.26.206.03. 25.06.2024*



*Підпис засвідчує
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР НАД
КАРАУЛЬНА Н.В.
20.06.2024*

Сергій Івасенко

Анатолій ПЕТРАВЧУК