

“З А Т В Е Р Д Ж У Ю”

Директор Інституту математики

Національної академії наук України

академік НАН України



Handwritten signature of O.M. Tymoshenko

О.М. ТИМОХА

Handwritten number 24

Handwritten word 'лютого'

2024 р.

В И С Н О В О К

про наукову новизну, теоретичне й практичне значення результатів дисертації Ярослава Івановича ГРУШКИ

«Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці»,
поданої на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 — алгебра та теорія чисел та 111 — математика (фізико-математичні науки).

Актуальність теми дослідження. Незважаючи на величезні успіхи сучасної теоретичної фізики і потужність математичного апарату, який вона застосовує, відому шосту проблему Гільберта стосовно математично строгого обґрунтування основ теоретичної фізики, поставлену ще в 1900 році, на сьогодні не можна вважати остаточно розв’язаною. На сьогодні існує величезна кількість наукових публікацій, які можна вважати так чи інакше пов’язаними із шостою проблемою Гільберта. Існуючі наукові дослідження, пов’язані з шостою проблемою гільберта умовно можна розділити на два напрямки. В роботах першого напрямку робляться спроби формалізації або аксіоматизації певних фізичних теорій, а в роботах другого напрямку автори намагаються поставити і розв’язати математично строгими методами ту чи іншу конкретну математичну задачу, яка виникає у теоретичній фізиці або, хоча б, побудувати математичний апарат для її розв’язання.

Перші три розділи даної дисертаційної роботи пов’язаний саме з першим напрямком досліджень, тоді як останній, четвертий — з другим. В перших трьох розділах побудовано новий математичний апарат, призначений для формалізації деяких фізичних теорій (перш за все теорій, пов’язаних з фізикою макросвіту). Зазначений математичний апарат базується на теорії мінливих множин. З формальної точки зору теорія мінливих множин є

надбудовою над класичною теорією множин. Мінливі множини є новим абстрактним класом математичних об'єктів (подібним до груп, кілець, полів, решіток, банахових просторів та ін.). На основі теорії мінливих множин побудовано ієрархію нових абстрактних класів математичних об'єктів, в рамках якої можна математично строго формулювати певні фізичні теорії, а також показано, що напрацьований математичний апарат може бути застосований для математичної формалізації спеціальної теорії відносності та деяких її узагальнень. В останньому розділі дисертації розвинуто математичний апарат, призначений для опису еволюції багаточастинкових квантових систем за допомогою операторів з трансляційно інваріантним ядром, зокрема побудовано простір узагальнених операторів з обмеженим проєкційним слідом над заданим гільбертовим простором. Отримані в цьому розділі результати складають необхідну математичну основу для подальших досліджень актуальних проблем квантової теорії бозе-конденсату та надпровідності.

В силу складності і багатогранності сучасної теоретичної фізики, шосту проблему гільберта неможливо розв'язати "одним ударом". Для її розв'язання, скоріш за все, потрібна напружена праця не одного покоління математиків та фізиків-теоретиків. Саме тому обидва зазначені вище напрямки наукових досліджень, на сьогодні є дуже актуальні і важливі, оскільки математичний апарат, напрацьований в роботах, пов'язаних з другим напрямком може виявитись корисним і для першого напрямку. Отже, тематика даної дисертаційної роботи на сьогодні є дуже актуальною.

Достовірність та наукова новизна одержаних результатів. Основні результати, положення та висновки, що виносяться на захист, логічно пов'язані з матеріалом дисертації та опублікованих за темою дисертації наукових праць.

Ступінь обґрунтованості і достовірності наукових положень дисертації. Всі нові поняття, з якими автор оперує в дисертаційній роботі визначені в математично строгих означеннях. Матеріал дисертації викладено послідовно і логічно, доведення не викликають жодних сумнівів. Отже, достовірність отриманих результатів не викликає заперечень.

Наукова новизна одержаних результатів. У представленій дисертації вперше було одержано низку нових важливих математичних результатів, а саме:

- 1) Введено поняття базових мінливих множин та мінливих множин і досліджено їхні властивості. З інтуїтивної точки зору мінливі множини це —

сукупності об'єктів, які, на відміну від елементів звичайних (статичних) множин, можуть перебувати в процесі постійних трансформацій, тобто — змінювати свої властивості, з'являться чи зникати, розпадатись на декілька частин чи, навпаки, декілька об'єктів можуть зливатись в один. Крім того картина еволюції мінливої множини може залежати від способу спостереження, тобто від системи відліку. Базові мінливі множини — це мінливі множини, в яких існує лише одна система відліку.

- 2) Визначено поняття системи абстрактних траєкторій, зокрема траєкторій які є траєкторіями руху певної системи матеріальних точок. Доведено, що довільна система абстрактних траєкторій породжує певну базову мінливу множину.
- 3) Встановлено, що довільна базова мінлива множина може бути породжена системою абстрактних траєкторій, які утворені максимальними ланцюгами на множині її елементарно-часових станів.
- 4) Введено аналоги теоретико-множинного відношення включення та теоретико-множинної операції об'єднання для базових мінливих множин. Доведено, що операція еволюційного об'єднання має багато властивостей, схожих з операцією об'єднання звичайних множин.
- 5) Введено поняття видимості систем відліку в мінливих множинах, яке характеризує, наскільки адекватними одне до одного можуть бути описи подій різними спостерігачами. Доведено, що за певних умов множина систем відліку мінливої множини може розпадатись на класи видимості, які попарно не перетинаються і будь-який клас видимості є цілком невидимим з інших класів видимості.
- 6) Введено чітко видимі мінливі множини, тобто такі, для яких описи подій будь-якими спостерігачами є повністю адекватними. Доведено, що в чітко видимих мінливих множинах відображення уніфікації породжуються бієктивними відображеннями між множинами елементарно-часових станів відповідних систем відліку.
- 7) Досліджено властивості кінематичних множин, тобто мінливих множин, оснащених різноманітними геометричними та топологічними структурами.
- 8) Введено поняття реального і універсального перетворення координат між системами відліку у кінематичних множинах. Доведено необхідну і достатню ознаку існування універсального перетворення координат.
- 9) Досліджено властивості — універсальних кінематик, тобто кінематичних множин із заданим універсальним перетворенням координат.

- 10) Побудовано приклади універсальних кінематик, які є математично строгими моделями еволюції фізичних систем в рамках кінематики Лоренца-Пуанкаре та її тахіонових розширень, а також побудовано нетривіальний клас кінематичних множин, що не допускають універсального перетворення координат.
- 11) Введено поняття еволюційного розширення та операцію еволюційного об'єднання для кінематичних множин та універсальних кінематик. Доведено теорему про теорему про еволюційне розширення для універсальних кінематик.
- 12) Методами теорії універсальних кінематик досліджено питання про існування "часових парадоксів", коли виникає можливість впливати на минуле. Встановлено достатні ознаки умовної часозворотності та безумовної часонезворотності. Зокрема доведено теорему про неповернення для універсальних кінематик, яка стверджує, що якщо перехід принаймні з однієї системи відліку до кожної іншої зберігає напрямок часу в усіх процесах, то універсальна кінематика є часонезворотною. Отже, в ній не можуть виникнути зазначені "часові парадокси".
- 13) Досліджено властивості одностайно-поступальних систем відліку у векторних універсальних кінематиках. Встановлено необхідну і достатню умову одностайної поступальності однієї системи відліку відносно іншої у векторній універсальній кінематиці.
- 14) Побудовано простір узагальнених операторів з обмеженим проекційним слідом над заданим гільбертовим простором і встановлено його властивості.
- 15) Доведено існування проекційного сліду для довільного узагальненого оператора з обмеженим проекційним слідом над заданим гільбертовим простором. Встановлено, що простір узагальнених операторів з обмеженим проекційним слідом вкладається в більш широкий банаховий простір псевдооператорів. Над простором псевдооператорів побудовано групу унітарних операторів, пов'язану з описом еволюції багаточастинкових квантових систем.

Теоретичне та практичне значення роботи. Дисертаційна робота має, в основному, теоретичний характер. Її теоретичне значення полягає в тому, що в роботі побудовано абстрактний математичний фундамент до розв'язання шостої проблеми гільберта в формі теорії мінливих та кінематичних множин. Зокрема, використовуючи зазначений математичний апарат, наведено формулювання на математично строгій мові таких важливих понять

фізики, як еволюція (мінливість), час, простір, системи відліку. А також показано, що напрацьований математичний апарат може бути застосований для формалізації спеціальної теорії відносності та деяких її узагальнень і дослідження проблем, пов'язаних з часовими парадоксами в деяких узагальненнях спеціальної теорії відносності, що дозволяють надсвітлові взаємодії та надсвітлові системи відліку. Слід сподіватися, що теорія мінливих та кінематичних множин матиме великий вплив на розвиток математичної і теоретичної фізики і що цю теорію чекає плідний розвиток та численні застосування. Результати, отримані в останньому розділі дисертації складають необхідну математичну основу для подальших досліджень актуальних проблем квантової теорії бозе-конденсату та надпровідності.

Повнота викладу матеріалів у публікаціях положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації. Матеріали дисертації викладено в 71 науковій роботі: 32 журнальних статтях, з них 29 статей в фахових журналах, 6 публікацій в збірниках праць конференцій та препринтів та 33 тез доповідей на українських та міжнародних конференціях. 7 публікацій індексуються наукометричними базами даних Scopus або або Web of Science. Зокрема, у профільних наукових журналах кuartилію кuartилію Q2 опубліковано 1 статтю, кuartилію Q3 – 3 статті, кuartилію Q4 – 3 статі. 22 статі опубліковано в інших профільних журналах, які відносяться до фахових видань МОН України (але не індексуються в Scopus або або Web of Science). В кінці кожного підрозділу дисертаційної роботи пояснюється, в яких саме роботах викладено основні результати відповідного підрозділу. Отже, результати дисертації викладені досить повно і детально в публікаціях.

Особистий внесок здобувача до наукових публікацій. Всі наукові публікації, в яких викладено матеріали дисертації є одноосібними публікаціями здобувача (без співавторів).

ВИСНОВОК. Дисертаційна робота, виконана Ярославом Івановичем Грушкою на тему «Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці», є завершеною науково-дослідною роботою, результатом якої стало створення нової теорії, яка, безперечно, матиме великий вплив зокрема на розвиток математичної і теоретичної фізики. Слід сподіватися, що цю теорію чекає плідний розвиток і численні застосування. Отримані результати є новими та оригінальними і мають важливу науково-теоретичну цінність. Зміст дисертації відповідає визначеній меті, поставлені здобувачем наукові завдання вирішені, мети дослідження досягнуто. Основні результати дисертації

повністю обґрунтовані й отримали необхідну апробацію на наукових конференціях, зібраннях та семінарах. Структура та обсяг роботи відповідають встановленим вимогам. У публікаціях здобувача відображені всі положення дисертації.

Вищевикладене дозволяє зробити висновок про те, що дисертаційна робота Ярослава Івановича Грушки «Теоретико-множинні методи в релятивістській кінематиці» відповідає вимогам 7,8 та 9 «Порядку присудження та позбавлення наукового ступеня доктора наук», затвердженого постановою Кабінету міністрів України від 17 листопада 2021 р., № 1197.

Результати дисертаційного дослідження обговорено і схвалено на розширеному засіданні Алгебраїчного семінару Інституту математики НАН України 14 лютого 2024 року.

Отже, **дисертація рекомендується до захисту на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел.**

Головуючий на засіданні фахового семінару,
член-кореспондент НАН України



Сергій МАКСИМЕНКО

Рецензенти:

Член кореспондент НАН України,
доктор фіз.мат. наук, професор,
завідувач відділу алгебри і топології
Інституту математики НАН України



Сергій МАКСИМЕНКО

Доктор фіз.-мат. наук, професор,
провідний науковий співробітник
Інституту математики НАН України



Віктор ГЕРАСИМЕНКО

Доктор фіз.-мат. наук, професор,
провідний науковий співробітник
Інституту математики НАН України



Ярослав СИСАК

Вчений секретар семінару,
науковий співробітник
відділу алгебри і топології



Богдан ФЕЩЕНКО