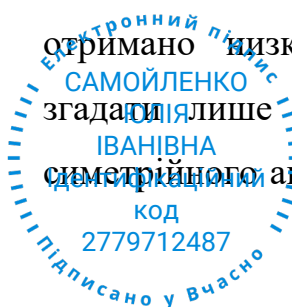


Голові
разової спеціалізованої вченої ради
Інституту математики НАН України
доктору фізико-математичних наук,
професору, головному науковому
співробітнику відділу математичної
фізики Інституту математики НАН України
РЕБЕНКУ Олексію Лукичу

ВІДГУК

офіційного опонента Самойленко Юлії Іванівни,
доктора фізико-математичних наук, старшого наукового співробітника,
на дисертаційну роботу
ЛОКАЗЮК Олександри Вікторівни на тему:
«Реалізації алгебр Лі на прямій та групова класифікація диференціальних
рівнянь», що подана на здобуття наукового ступеня доктора філософії
у галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 111 Математика

Груповий аналіз є потужним інструментом дослідження диференціальних рівнянь, який дозволяє вивчати нелінійні задачі. Варто зауважити, що на сьогодні груповий аналіз диференціальних рівнянь став класичним розділом сучасної математики з більш ніж сторічною історією. При цьому активність досліджень останніми роками тут суттєво зростає з огляду на розвинені методи і їх численні прикладні застосування у теоретичній і математичній фізиці, зокрема, в теорії інтегровних систем, математичному моделюванні тощо. Однією із найпотужніших у світі шкіл з групового аналізу, без сумніву, є школа, заснована в Інституті математики НАН України Вільгельмом Іллічем Фушичем, представниками якої отримано низку результатів пріоритетного характеру — достатнього згадали лише про деякі поняття, що пов'язані з київською школою симетричного аналізу, наприклад, умовні та неklasичні симетрії, оператори



редукції, алгебраїчний метод, групоїди еквівалентності, нормалізовані класи тощо. Тут розпочали наукову кар'єру, написали свої перші наукові роботи і захистили дисертації уже десятки учнів, що працюють нині у провідних наукових установах й університетах України на світу. І навіть, незважаючи на спільну тематику й використовувані методи, кожна дисертація представників цієї школи має свою особливу оригінальність і специфічну новизну, і без перебільшення є значним внеском у теорію групового аналізу диференціальних рівнянь.

З огляду на зазначене, актуальність теми дисертації не викликає жодних сумнівів.

Характерною особливістю дисертаційного дослідження Локазюк Олександри Вікторівни стало ефективне поєднання алгебраїчного методу групової класифікації та теореми Лі про реалізації скінченновимірних алгебр Лі векторними полями на прямій. Розвинуті у даній дисертації підходи дозволили не лише значно покращити відомі результати щодо ліївських симетрій рівнянь із досліджуваних класів, а й істотно спростити доведення відомих класифікаційних результатів і перевірку їх достовірності.

Дане дисертаційне дослідження складається зі вступу, двох розділів, висновків, двох додатків і списку використаних джерел, що налічує 140 найменувань. Загальний обсяг дисертації становить 195 с.

У першому розділі виконано повну групову класифікацію $(1+1)$ -вимірних нелінійних узагальнених рівнянь Клейна–Гордона. Для повної групової класифікації даного класу у дисертаційному дослідженні використано алгебраїчний метод, скомбінований з ефективним залученням класичної теореми Лі про реалізації скінченновимірних алгебр Лі векторними полями на прямій. Доведено, що будь-яке допустиме контактне перетворення в класі є першим продовженням точкового допустимого перетворення. Описано групоїд еквівалентності та алгебру еквівалентності

для даного класу. Знайдено ряд числових характеристик для випадків розширень симетрії Лі, які інваріантні щодо дії групи еквівалентності досліджуваного класу, за допомогою яких вдалося вичерпно описати послідовні розширення ліівської симетрії в цьому класі.

Таким чином, грамотне поєднання алгебраїчного методу групової класифікації, методу розгалуженого розщеплення, теореми Лі про реалізацію на прямій з вичерпним аналізом трансформаційних властивостей досліджуваного класу дали змогу розв'язати складну задачу групової класифікації, постановка якої належить іще Софусу Лі.

Другий розділ дисертації присвячено груповій класифікації нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку загального вигляду. Описано допустимі перетворення, побудовано групи еквівалентності та групоїди еквівалентності розглядуваного класу і його підкласів, досліджено структуру суттєвих алгебр ліівської інваріантності систем із регулярних частин класу, знайдено максимальну розмірність максимальних алгебр ліівської інваріантності систем з класу.

Основним результатом другого розділу є конструктивний алгоритм групової класифікації у випадку довільної кількості залежних змінних (для застосування якого необхідний повний опис підалебр спеціальної лінійної алгебри відповідної розмірності). Як ілюстративний приклад, розв'язано задачу повної групової класифікації нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку з двома залежними змінними над дійсним полем та комплексним полем. Доведення суттєво використовує опис допустимих перетворень цього класу та теорему Лі про реалізацію алгебр Лі на прямій, а їх подальше використання вимагає опису підалебр спеціальної лінійної алгебри. Варто також зазначити, що отримані результати є важливими кроком для подальших досліджень симетрійних та трансформаційних властивостей систем звичайних диференціальних рівнянь.

У додатку представлено явний вигляд перетворень, що пов'язують три відомі нелінійні $(1+1)$ -вимірні еволюційні рівняння другого порядку з максимальними семивимірними алгебрами ліівських симетрій.

Дисертаційна робота має чисто теоретичний характер. Дослідження є завершеним, самостійним та логічно побудованим. Результати дисертації опубліковано у 12 наукових працях, серед яких 3 статті у наукових журналах, одна – у високореєтинговому журналі *Analysis and Mathematical Physics* (SJR – Q2, Scopus – Q1, WoS – Q1).

До змісту та оформлення дисертації є кілька зауважень і побажань:

- При доведенні основних результатів дисертант використовує різні поняття і факти з теорії алгебр Лі без формулювання відповідних означень і тверджень. За наявності таких матеріалів виклад дисертації був би більш прозорим.
- У дисертації сформульовано лише коротке зауваження (с. 47) про існування граничних переходів між класифікаційними випадками класу $(1+1)$ -вимірних нелінійних узагальнених рівнянь Клейна–Гордона та наведемо відповідні приклади контракції реалізацій алгебр Лі. Ці результати є цікавими і перспективними для подальших досліджень, але потребують детальних пояснень і відповідного доведення.
- Основні результати дисертації стосуються симетрійної класифікації певних класів диференціальних рівнянь і розробки нових методів їх групового аналізу, тобто є чисто теоретичними. На наш погляд, результати даного дисертаційного дослідження варто було продемонструвати не лише на ілюстративних прикладах, а й на конкретних прикладних задачах.

Однак, ці зауваження не впливають на загальну високу оцінку дисертаційної роботи Локазюк О.В.

Дана дисертація відповідає всім вимогам, затвердженим наказом Міністерства освіти і науки України від 12 січня 2017 р. № 40.

Порушень академічної доброчесності у дисертації та публікаціях, в яких висвітлено наукові результати Локазюк О.В., немає.

Основні результати пройшли достатню апробацію і доповідалися на низці наукових семінарів та конференцій.

Дисертаційна робота Локазюк О.В. на тему «Реалізації алгебр Лі на прямій та групова класифікація диференціальних рівнянь» виконана на високому науковому рівні.

Отримані в цій дисертаційній роботі наукові результати є новими, достовірними та мають важливе теоретичне значення для подальших досліджень з теорії аналітичних методів дослідження диференціальних рівнянь, зокрема, з групового аналізу таких рівнянь.

Вважаю, що дисертаційне дослідження Локазюк О.В. на тему «Реалізації алгебр Лі на прямій та групова класифікація диференціальних рівнянь» та наукові публікації, в яких представлено результати даного дослідження, відповідають спеціальності 111 Математика, вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р., № 44, а її автор – ЛОКАЗЮК Олександра Вікторівна заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії.

Офіційний опонент:
дослідник, Інститут Каміля Жордана,
Університет Клода Бернара, Ліон 1,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Юлія САМОЙЛЕНКО

Документ підписано у сервісі Вчасно (продовження)
відгук Самойленко 29.12.pdf

Документ відправлено: 22:23 29.12.2022

Власник документу

Електронний підпис

22:23 29.12.2022

Ідентифікаційний код: 2779712487

САМОЙЛЕНКО ЮЛІЯ ІВАНІВНА

Власник ключа: САМОЙЛЕНКО ЮЛІЯ ІВАНІВНА

Час перевірки КЕП/ЕЦП: 22:23 29.12.2022

Статус перевірки сертифікату: Сертифікат діє

Серійний номер: 248197DDFAB977E5040000097ECE200C17DC703

Тип підпису: удосконалений