

## Голові

разової спеціалізованої вченої ради  
Інституту математики НАН України  
доктору фізико-математичних наук,  
головному науковому співробітнику  
відділу математичної фізики  
Інституту математики НАН України  
Ребенку Олексію Лукичу

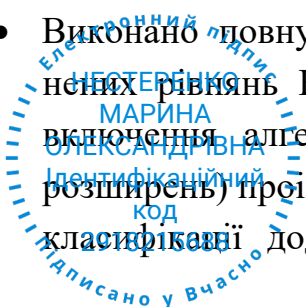
## РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу **Локазюк Олександри Вікторівни** на тему:  
«Реалізації алгебр Лі на прямій та групова класифікація диференціальних рівнянь»,  
подану на здобуття ступеня доктора філософії  
у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

У дисертаційній роботі Олександри Вікторівни Локазюк представлено ряд вагомих результатів пов'язаних із групою класифікацією  $(1+1)$ -вимірних узагальнених нелінійних рівнянь Клейна–Гордона та нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку з довільною кількістю залежних змінних. Окрім успішно розв'язаних задач групової класифікації для досить складних класів диференціальних рівнянь, дослідження також містить нові методи та прийоми, що були розроблені під час його проведення. Зокрема, авторці вдалося суттєво покращити попередньо відомі результати та спростити їх доведення за рахунок вдалого поєднання теореми Лі (про реалізації алгебр Лі на прямій) та детального опису трансформаційних властивостей класів диференціальних рівнянь, що дозволило скористатись перевагами алгебраїчного методу.

Основними науковими результатами даної дисертаційної роботи є:

- Доведено гіпотезу Лі, про те, що будь-яке контактне перетворення рівняння з класу  $(1+1)$ -вимірних нелінійних узагальнених рівнянь Клейна–Гордона є першим продовженням його точкового перетворення. Описано трансформаційні властивості рівнянь з цього класу та показано його нормалізованість відносно точкових перетворень, знайдено групу еквівалентності даного класу рівнянь і відповідну алгебру еквівалентності.
- Виконано повну групову класифікацію  $(1+1)$ -вимірних нелінійних узагальнених рівнянь Клейна–Гордона з точністю до  $G$ -еквівалентності, причому включення алгебр максимальної інваріантності (або зворотне включення розширень) проінтерпретоване як відношення часткового порядку і результати класифікації додатково впорядковано у вигляді діаграми Хассе. Під час



класифікації ефективно використано особливості структурної будови алгебри  $\tilde{g}$  та подвійно застосовано класичну теорему Лі про реалізації на прямій.

- Знайдено набір цілочисельних характеристик, що дозволяють розрізняти випадки розширення ліівських симетрій у класі  $(1+1)$ -вимірних нелінійних узагальнених рівнянь Клейна–Гордона, та вичерпно описано структуру частково впорядкованої множини  $\tilde{G}$ -нееквівалентних розширень у цьому класі.
- Описано усі допустимі перетворення для класу нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку і побудовано відповідні групи та групоїди еквівалентності для даного класу і його підкласів.
- Показано, що задача групової класифікації класу лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку та його каліброваних підкласів зводиться до задач групової класифікації їх сингулярних та регулярних частин. Для систем, що відповідають регулярним частинам, досліджено структуру суттєвих алгебр ліівської інваріантності та запропоновано два шляхи класифікації розширень цих симетрій з використанням теореми Лі про реалізації на прямій.
- Високу ефективність розроблених підходів та методів продемонстровано завдяки проведенню вичерпної групової класифікації класу лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку у випадку двох залежних змінних над полями дійсних та комплексних чисел.

Серед іншого, дисертаційна робота Олександри Локазюк демонструє наявність зв'язків з алгебраїчною теорією контракцій алгебр Лі та в черговий раз підтверджує потужність алгебраїчних методів розроблених київською школою симетрійного аналізу, зокрема методу розгалуженого розщеплення.

Отримані результати є новими і можуть знайти застосування у теорії диференціальних рівнянь та при дослідженні моделей сучасної математичної й теоретичної фізики. Дисертаційна робота неодноразово доповідалась і пройшла належну апробацію на наукових конференціях та семінарах; а також повною мірою висвітлена у фахових публікаціях. Результати Олександри Вікторівні добре цитуються, наприклад, наявні кваліфіковані цитування у високореєтингових журналах *Appl. Math. Lett.*, *J. Phys. Conf. Ser.*, *J. Math. Anal. Appl.* та *Gen. Relativity Gravitation*.

Дисертацію оформлено відповідно до вимог, що висуваються до кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порушень академічної доброчесності у дисертації та наукових працях О.В. Локазюк не виявлено.

Зауваження та побажання до дисертаційної роботи:

- Дисертаційна робота є дослідженням досить високого ступеню складності, з математичної точки зору, тому, подекуди, стислість викладок та відсутність ряду деталей ускладнює сприйняття матеріалу.
- У дисертації наявні мовні обороти та конструкції, які не притаманні науковому стилю викладу, чого варто було б уникати.

Дисертаційна робота і наукові публікації Олександри Вікторівни Локазюк відповідають спеціальності 111 Математика та задовольняють вимоги постанови № 44 Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», а їх авторка заслуговує на присудження ступеня доктора філософії.

**Рецензент:**

Провідний науковий співробітник  
відділу математичної фізики  
Інституту математики НАН України  
доктор фізико-математичних наук,  
старший дослідник

Марина НЕСТЕРЕНКО

**Документ підписано у сервісі Вчасно (продовження)**  
Report\_by\_M\_Nesterenko.pdf

Документ відправлено: 18:43 26.12.2022

**Власник документу**

**Електронний підпис**

18:43 26.12.2022

Ідентифікаційний код: 2918215688

НЕСТЕРЕНКО МАРИНА ОЛЕКСАНДРІВНА

Власник ключа: НЕСТЕРЕНКО МАРИНА ОЛЕКСАНДРІВНА

Час перевірки КЕП/ЕЦП: 18:43 26.12.2022

Статус перевірки сертифікату: Сертифікат діє

Серійний номер: 248197DDFAB977E5040000005E09E400B93BCB03

Тип підпису: удосконалений