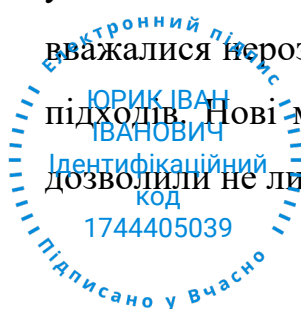


Голові
разової спеціалізованої вченої ради
Інституту математики НАН України
доктору фізико-математичних наук,
головному науковому співробітнику
відділу математичної фізики
Інституту математики НАН України
Ребенку Олексію Лукичу

ВІДГУК

офіційного опонента Юрика Івана Івановича,
кандидата фізико-математичних наук, професора,
на дисертаційну роботу Локазюк Олександри Вікторівни на тему:
«Реалізації алгебр Лі на прямій та групова класифікація диференціальних
рівнянь», подану на здобуття ступеня доктора філософії у галузі знань
11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

Дисертаційна робота Олександри Вікторівни Локазюк присвячена про-
блемам, що пов'язані з розвитком, розробкою та використанням нових
алгебраїчних методів у задачах групової класифікації диференціальних рів-
нянь. Цей напрямок сучасного симетрійного аналізу останніми роками
активно розвивається науковцями відділу математичної фізики Інституту
математики НАН України, які на сьогодні отримали низку пріоритетних
результатів світового рівня. Завдяки методам, розробленим у роботах
А.Г. Нікітіна, Р.О. Поповича, В.М. Бойка, О.О. Ванєєвої, М.О. Нестеренко, їх
учнів та співавторів, вдалося розв'язати низку класифікаційних задач, які
вважалися нерозв'язними або дуже громіздкими у рамках наявних класичних
підходів. Нові методи представників київської школи симетрійного аналізу
дозволили не лише виконати групову класифікацію складних класів диферен-



ціальних рівнянь, істотно спростити відповідні доведення й перевірку достовірності результатів, але у деяких випадках значно покращити й уточнити наявні у літературі класифікації. Дуже висока дослідницька активність у цій області, широкі міждисциплінарні зв'язки з алгеброю, геометрією, математичною і теоретичною фізикою стимулюють виникнення нових перспективних задач групового аналізу, розробку нових методів і, що особливо важливо, відкривають багатообіцяючі прикладні застосування. При цьому низка класичних проблем групового аналізу диференціальних рівнянь на сьогодні залишається відкритою.

Підтвердженням викладеного вище і є дисертаційне дослідження Олександри Вікторівни, у якому отримано низку оригінальних і теоретично обґрунтованих результатів, які на мій погляд, є суттєвим внеском у груповий аналіз диференціальних рівнянь.

Дисертація має загальний обсяг у 195 сторінок і складається зі вступу, двох розділів, висновків, двох додатків і списку використаних джерел із 140 найменувань.

У першому розділі, після детального огляду відомих результатів, розв'язано задачу повної групової класифікації класу $(1+1)$ -вимірних нелінійних узагальнених рівнянь Клейна–Гордона, яку сформулював іще Софус Лі. У дисертації доведено, що будь-яке контактне перетворення, що пов'язане з рівняннями з класу, є першим продовженням його точкового перетворення, а розглядуваний клас є нормалізованим; побудовано групу еквівалентності та алгебру еквівалентності для цього класу; виокремлено рівняння Ліувілля як єдине, з точністю до еквівалентності, нелінійне рівняння в класі з нескінченновимірною алгеброю інваріантності; строго доведено, що будь-яке нелінійне рівняння у класі нееквівалентне рівнянню Ліувілля, допускає алгебру інваріантності розмірності не вище чотири. Всі ці результати дали успішно поєднати алгебраїчний метод групової класифікації з класичною теоремою Лі про реалізації алгебр Лі векторними полями на прямій і отримати повний список нееквівалентних розширень ліївських симетрій у розглядуваному

класі. Запропоновано низку цілочисельних характеристик, що розрізняють випадки розширень ліівських симетрій у класі, за допомогою яких, вичерпно описано структуру частково впорядкованої множини нееквівалентних розширень ліівської симетрії. Використання діаграми Хассе для ілюстрації результатів класифікації — іще один елегантний нюанс цієї роботи. Слід також звернути увагу на результати щодо граничних переходів та розв'язання задачі групової класифікації для одного з підкласів.

У другому розділі досліджено клас нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. У першу чергу потрібно відзначити глибокий і дуже інформативний огляд відомих у літературі результатів щодо трансформаційних властивостей систем звичайних диференціальних рівнянь. У дисертації проведено вичерпний опис допустимих перетворень для класу, побудовано групи та групоїди еквівалентності розглядуваного класу та його підкласів. Отримано системи визначальних рівнянь для ліівських симетрій систем із регулярних частин класу. Знайдено алгебри еквівалентності для всього класу та його підкласів. Як у першому розділі, основними інструментами стало ефективне використання алгебраїчного методу і теореми Лі про реалізації алгебр Лі векторними полями на прямій. Запропоновано два конструктивні шляхи класифікації суттєвих розширень ліівської симетрії у регулярних частинах підкласів класу. Описано структуру суттєвих алгебр ліівської інваріантності систем із регулярних частин класу та охарактеризовано максимальні алгебри ліівської інваріантності систем із сингулярних частин класу та отримано результати про розмірності цих алгебр. Як ілюстрація розробленого підходу, виконано повну групову класифікацію класу лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку у випадку двох залежних змінних. Також запропоновано методи для пониження порядку та інтегрування нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.

У додатку досліджено нелінійні $(1+1)$ -вимірні еволюційні рівняння другого порядку та знайдено перетворення, що пов'язують рівняння із максимальними семивимірними алгебрами ліївських симетрій.

Дисертаційна робота має теоретичний характер. Всі отримані результати є новими і можуть бути використані у подальших дослідженнях у теорії диференціальних рівнянь, зокрема, моделей сучасної математичної й теоретичної фізики.

До дисертації можна зробити такі пропозиції і зауваження:

- Чи можна провести аналогічну класифікацію для узагальнених рівнянь Клейна–Гордона, якщо довільна функція у правій частині включає також залежність від похідних першого порядку?
- Добре відомо, що знання симетрій диференціальних рівнянь відкриває широкі можливості для побудови класів точних розв'язків. У дисертації цьому приділено, на мій погляд, недостатньо уваги.
- У другому розділі дисертації проведено повну групову класифікацію систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь лише у випадку двох залежних змінних. Чи розглядається задача класифікації таких систем у випадку двох і більше залежних змінних?
- Дисертація дуже добре написана і підготовлена в технічному плані, але тематика нова і щодо низки україномовних термінів, які використовуються, я порадив би пошукати кращі варіанти, наприклад, «придатна алгебра», «суттєва алгебра» тощо.

Зазначені пропозиції та зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації, і більш того, пропозиції можна розглядати як побажання для подальших досліджень.

Оформлення дисертації відповідає вимогам, затвердженим наказом Міністерства освіти і науки України від 12 січня 2017 р. № 40. Поршень академічної доброчесності у дисертації та наукових роботах, в яких

висвітлено наукові результати дослідження О.В. Локазюк, не виявлено. Основні результати дисертації, висновки та твердження повно викладено у двох наукових статтях, опублікованих у фахових наукових вітчизняних виданнях, одній статті – в іноземному виданні, що індексується в SCOPUS й Web of Sciences (журнал Anal. Math. Phys. належить до Q1 у цих наукометричних базах), одному препринті, а також у восьми тезах доповідей і повідомлень на наукових семінарах та конференціях.

Дисертаційна робота Олександри Вікторівни Локазюк виконана на високому науковому рівні, матеріал дисертації добре структурований і логічно викладений, результати та висновки є достовірними і достатньо аргументованими, результати пройшли апробацію на низці наукових конференцій та семінарів. Отримані результати є новими та мають важливе теоретичне значення для подальших досліджень у галузі групового аналізу диференціальних рівнянь.

Таким чином, дисертаційна робота, рівень результатів та публікації відповідають спеціальності 111 Математика та вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. №44, а їх авторка, Олександра Вікторівна Локазюк, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії.

Опонент:

Завідувач кафедри вищої математики

імені проф. Можара В.І.,

Національний університет харчових технологій

кандидат фізико-математичних наук, професор

Іван ЮРИК

Документ підписано у сервісі Вчасно (продовження)
відгукЮрик (1).pdf

Документ відправлено: 11:39 22.12.2022

Власник документу

Електронний підпис

11:39 22.12.2022

Ідентифікаційний код: 1744405039

ЮРИК ІВАН ІВАНОВИЧ

Власник ключа: ЮРИК ІВАН ІВАНОВИЧ

Час перевірки КЕП/ЕЦП: 11:39 22.12.2022

Статус перевірки сертифікату: Сертифікат діє

Серійний номер: 248197DDFAB977E504000000779FE300027AC903

Тип підпису: удосконалений