



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

В.о. директора Інституту математики НАН України, чл.-кор. НАН України

О.А. Бойчук

2021 р.

## ВИСНОВОК

Інституту математики Національної академії наук України  
щодо дисертації **С.О. Скворцова** на тему:

«Локальна поведінка відображень з необмеженою характеристикою»,  
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії  
в галузі знань 11 «Математика та статистика»  
за спеціальністю 111 «Математика»

### Витяг

із протоколу № 15 засідання відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу  
Інституту математики НАН України від 25 жовтня 2021 року

### ПРИСУТНІ:

*рецензенти:* доктор фіз.-мат. наук, проф. Плакса С.А. (завідувач відділу), кандидат фіз.-мат. наук Кліщук Б.А. (науковий співробітник відділу),  
*співробітники відділу:* доктор фіз.-мат. наук Шпаківський В.С. (головуючий на засіданні), доктор фіз.-мат. наук Денег І.В., доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Салімов Р.Р., кандидат фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Грищук С.В., кандидат фіз.-мат. наук Ткачук М.В., кандидат фіз.-мат. наук Заболотний Я.В., кандидат фіз.-мат. наук Осіпчук Т.М., кандидат фіз.-мат. наук Вигівська Л.В., кандидат фіз.-мат. наук Стефанчук М.В., *співробітники відділу нелінійного аналізу:* завідувач відділу – чл.-кор. НАН України, доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Кочубей А.Н., кандидат фіз.-мат. наук Горюнов А.С., *співробітники відділу теорії функцій:* завідувач відділу – доктор фіз.-мат. наук, проф. Романюк А.С., доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Романюк В.С., кандидат фіз.-мат. наук Янченко С.Я., *учений секретар Інституту математики НАН України* – кандидат фіз.-мат. наук Соколенко І.В., а також доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Севостьянов Є.О. (Житомирський державний університет імені Івана Франка, в.о. завідувача кафедри математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики), доктор фіз.-мат. наук, проф. Фаворов С.Ю. (Харківський національний університет імені

В.Н.Каразіна, професор кафедри фундаментальної математики) (всього 19 присутніх).

### **СЛУХАЛИ:**

доповідь випускника аспірантури Житомирського державного університету імені Івана Франка Скворцова Сергія Олександровича за матеріалами дисертаційної роботи «Локальна поведінка відображень з необмеженою характеристикою», поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика».

У доповіді здобувач обґрунтував актуальність теми, сформулював мету і завдання дослідження, його наукову новизну і практичну значимість, розповів про структуру і зміст роботи, її основні результати, методи їх отримання, підсумував доповідь висновками.

В обговоренні взяли участь: доктор фіз.-мат. наук, проф. Плакса С.А., доктор фіз.-мат. наук, проф. Фаворов С.Ю., доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. Севостьянов Є.О., доктор фіз.-мат. наук В.С. Шпаківський, кандидат фіз.-мат. наук Б.А. Кліщук.

На всі поставлені питання доповідач дав ґрунтовні відповіді. Виступаючі відмітили актуальність теми, новизну та значну наукову цінність отриманих у дисертації результатів і зазначили, що робота відповідає всім вимогам, що висуваються до дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

Тему дисертації і наукового керівника доктора фізико-математичних наук, с.н.с. Є.О. Севостьянова затверджено на засіданні вченої ради Житомирського державного університету імені Івана Франка (протокол № 4 від 31 жовтня 2017 року).

Визначення напрямку дослідження і постановка задач належать науковому керівнику – Є.О. Севостьянову. Основні результати, що виносяться на захист, автор отримав самостійно. Результати, що опубліковані в спільних роботах, та включені до дисертації, належать дисертанту.

Дисертацію виконано у Житомирському державному університеті імені Івана Франка у рамках тем «Геометричні і топологічні проблеми сучасної теорії відображень» (2018–2020 рр., № держ. реєстр. 0118U000098) та «Локальна і асимптотична поведінка відображень зі скінченним спотворенням» (2017–2027 рр., № держ. реєстр. 0117U004570).

## Висновок

про наукову новизну, теоретичне і практичне значення  
результатів дисертації **С.О. Скворцова**  
«Локальна поведінка відображень з необмеженою характеристикою»,  
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії  
за спеціальністю 111 «Математика»

Дисертаційна робота присвячена розвитку теорії відображень, а саме дослідженню локальної та глобальної поведінки відображень в евклідовому просторі, а також у метричних просторах. В роботі розглянуто сім'ї відображень, їх неперервне продовження на межу, одностайна неперервність на межі та у внутрішніх точках області.

Відображення, що розглядаються, зазвичай задовольняють деяку модульну умову (так звану нерівність Полецького або «обернену» нерівність Полецького). Слід зазначити, що переважна більшість сучасних класів відображень задовольняють верхні або нижні оцінки спотворення модуля сімей кривих, а їх вивчення бере свій початок у роботах відомих математиків ще на початку минулого століття. Клас відображень, розглянутих в дисертації, є широким і включає основні типи відображень зі скінченним спотворенням.

Серед основних результатів дисертаційної роботи можна виділити такі:

- доведено низку теорем про одностайну неперервність сімей відображень евклідового простору (як у внутрішніх точках області, так і з урахуванням поведінки відображень на межі області), обернені до яких є  $Q$ -відображеннями або кільцевими  $Q$ -відображеннями за умов інтегровності мажоранти  $Q$ ;
- встановлено логарифмічну гелдеревість сім'ї відкритих дискретних відображень, що задовольняють обернену нерівність Полецького;
- встановлено достатні умови усунення ізольованих особливих точок для кільцевих  $Q$ -відображень евклідових просторів та метричних просторів зі сферикалізацією;
- встановлено достатні умови неперервного продовження на межу області кільцевих  $Q$ -гомеоморфізмів та відображень, обернені до яких є  $Q$ -гомеоморфізмами, а також дискретних замкнених  $Q$ -відображень;

- у випадку складних меж в термінах простих кінців встановлено достатні умови неперервного продовження на межу області гомеоморфізмів, що задовольняють обернену нерівність Полецького;
- встановлено достатні умови неперервного продовження на межу області, поповнену її простими кінцями, відкритого дискретного кільцевого  $Q$ -відображення метричного простору, визначеного в термінах  $(p, q)$  – модуля;
- доведено аналог теореми Сохоцького–Касораті–Вейерштраса для відкритого дискретного кільцевого  $Q$ -відображення, визначеного в термінах  $(p, q)$  – модуля.

Дисертаційна робота має теоретичний характер, її результати можуть бути використані при дослідженні відображень зі скінченим або обмеженим спотворенням та їх підкласів, а також в теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними еліптичного типу (зокрема, для рівнянь Бельтрамі).

Результати дисертації є істотним внеском у теорію відображень. Вони достатньо повно опубліковані в 22 наукових публікаціях. Серед них 13 статей у виданнях, внесених до переліку фахових видань України, і у наукових періодичних виданнях інших держав, у тому числі 10 статей у виданнях, що індексуються науко-метричною базою Scopus:

1. Севостьянов Е.А., Скворцов С.А. *О сходимости отображений в метрических пространствах с прямыми и обратными модульными условиями* // Укр. мат. журн. – 2018. – Т. 70, № 7. – С. 952–967 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.); translation “*On the Convergence of Mappings in Metric Spaces with Direct and Inverse Modulus Conditions*” in Ukr. Math. J. – 2018. – V. 70, no. 7. – P. 1097–1114. **(SCOPUS Q3)**
2. Sevost'yanov E.A., Skvortsov S.A., Ilkevych N.S. *On boundary behavior of mappings with two normalized conditions* // Mat. Studii. – 2018. – V. 49, no. 2. – P. 150–157. **(SCOPUS Q3)**
3. Севостьянов Е.А., Скворцов С.А. *О локальном поведении одного класса обратных отображений* // Труды ИПММ НАН Украины. – 2018. – Т. 32. – С. 115–120 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.).
4. Севостьянов Е.А., Скворцов С.А. *О локальном поведении одного класса обратных отображений* // Укр. мат. вестник. – 2018. – Т. 15, № 3. – С. 399–417 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.); translation “*On the local behavior*”

*of a class of inverse mappings*” in Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – V. 241, no. 1. – P. 77–89. **(SCOPUS Q3)**

5. Севостьянов Е.А., Скворцов С.А. *О равностепенной непрерывности семейств отображений в случае переменных областей* // Укр. мат. журн. – 2019. – Т. 71, № 7. – С. 938–951 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.); translation “*On the equicontinuity of families of mappings in the case of variable domains*” in Ukrainian Mathematical Journal. – 2019. – V. 71, no. 7. – P. 1071–1086. **(SCOPUS Q2)**

6. Севостьянов Е.А., Скворцов С.А. *О локальном поведении отображений метрических пространств* // Укр. мат. вестник. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 215–227 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.); translation “*On the local behavior of mappings of metric spaces*” in Journal of Mathematical Sciences. – 2020. – V. 244, no. 1. – P. 47–55. **(SCOPUS Q3)**

7. Севостьянов Є.О., Скворцов С.О., Ількевич Н.С. *Про поведінку обернених гомеоморфізмів в термінах простих кінців* // Праці ІПММ НАН України. – 2019. – Т. 33. – С. 188—203 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.).

8. Sevost'yanov E.A., Skvortsov S.A., Ilkevych N.S. *On removable singularities of mappings in uniform spaces* // Mat. Studii. – 2019. – V. 52, no. 1. – P. 24–31. **(SCOPUS Q3)**

9. Sevost'yanov E.A., Skvortsov S.A. *On mappings whose inverse satisfy the Poletsky inequality* // Ann. Acad. Scie. Fenn. Math. – 2020. – V. 45. – P. 259–277. **(SCOPUS Q1)**

10. Скворцов С.О. *Локальна поведінка відображень метричних просторів з розгалуженням* // Укр. мат. вісн. – 2020. – Т. 17, №4, С. 574–593 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.); translation “*Local behavior of mappings of metric spaces with branching*” in Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – V. 254, no. 3. – P. 425–574. **(SCOPUS Q3)**

11. Ilkevych N.S., Sevost'yanov E.A., Skvortsov S.O. *On the global behavior of inverse mappings in terms of prime ends* // Annales Fennici Mathematici. – 2021. – V. 46. – P. 371–388.

12. Севостьянов Є.О., Скворцов С.О., Довгоп'ятий О.П. *Про негомеоморфні відображення з оберненою нерівністю Полецького* // Укр. мат. вісник. – 2020. – Т. 17, №3. – С. 414–436 (фаховий, наказ МОН № 326 від 04.04.2018 р.); translation “*On nonhomeomorphic mappings with the inverse Poletsky inequality*” in Journal of Mathematical Sciences. —2021. V. 252, no. 4. – P. 541–557. **(SCOPUS Q3)**

13. E.A. Sevost'yanov, S.O. Skvortsov. Logarithmic Hölder continuous mappings and Beltrami equation // Analysis and Mathematical Physics. – 2021. – V. 11, No. 3. – Article number 138. (SCOPUS Q3)

Результати дисертаційного дослідження доповідались на 7 наукових конференціях: 4 міжнародних і 3 всеукраїнських, серед яких: Всеукраїнська наукова конференція «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (с.м.т. Ворохта, 2018, 2019 та 2020), Міжнародна конференція «Функціональні методи в теорії наближень, диференціальних рівняннях та обчислювальній математиці IV», присвяченій 100-річчю з Дня народження В.К. Дзядика (с. Світязь, 2019), Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми диференціальних рівнянь та їх застосування» (м. Чернівці, 2020), Міжнародна науково-практична конференція «Науковий пошук у сфері обробки та аналізу статистичних даних» (Житомир, 2020), Міжнародна наукова конференція ім. Б. Вінницького (м. Дрогобич, 2021).

Рецензенти рекомендують прийняти дисертацію Скворцова Сергія Олександровича «Локальна поведінка відображень з необмеженою характеристикою» до захисту.

Враховуючи результати попередньої експертизи дисертації Скворцова С. О. і повноту висвітлення основних результатів дослідження у публікаціях,

### **УХВАЛИЛИ:**

1. Затвердити висновок про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації Скворцова Сергія Олександровича «Локальна поведінка відображень з необмеженою характеристикою».

2. Дисертаційна робота за обсягом та якістю проведених досліджень і публікацій задовольняє усі вимоги Постанови Кабінету Міністрів № 167 від 06 березня 2019 року «Про порядок проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії (зі змінами, внесеними згідно з Постановою КМ № 979 від 21.10.2020).

3. Рекомендувати дисертаційну роботу С.О. Скворцова «Локальна поведінка відображень з необмеженою характеристикою» до захисту на здобуття наукового ступеня доктора філософії та утворити спеціалізовану вчену раду з правом до розгляду та проведення разового захисту на здобуття доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика» у складі:

*Голова ради:*

1. Кочубей Анатолій Наумович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу нелінійного аналізу Інституту математики НАН України;

*Рецензенти:*

2. Плакса Сергій Анатолійович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу Інституту математики НАН України;

3. Кліщук Богдан Анатолійович, кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу Інституту математики НАН України;

*Опоненти:*

4. Фаворов Сергій Юрійович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна;

5. Чижиков Ігор Ельбертович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Львівського національного університету імені Івана Франка.

Головуючий на засіданні:

старший науковий співробітник відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу,

доктор фізико-математичних наук

Шпаківський В.С.

Секретар:

старший науковий співробітник відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу,

доктор фізико-математичних наук

Денега І.В.

Рецензенти:

завідувач відділу комплексного аналізу

і теорії потенціалу,

доктор фізико-математичних наук, професор

Плакса С.А.

науковий співробітник відділу комплексного аналізу

і теорії потенціалу

кандидат фізико-математичних наук

Кліщук Б.А.